



TECNICHE DI ANALISI DEI DATI

AA 2020/2021

PROF. V.P. SENESE

Questi materiali sono disponibili per tutti gli studenti al seguente indirizzo:

http://psiclab.altervista.org/TecnAnDat2021/2020_2021.html

Università della Campania «Luigi Vanvitelli» – Dipartimento di Psicologia – TECNICHE DI ANALISI DEI DATI – © Prof. V.P. Senese

ASSOCIAZIONE

Nelle ricerche spesso si desidera verificare se due serie di punteggi (due misure osservate) stabiliscono tra loro una **relazione**... e, se lo fanno, quale sia il **tipo** e il **grado** di tale relazione.

Ad esempio, che relazione c'è tra la qualità della relazione genitoriale e l'adattamento psicologico

La valutazione del tipo e grado di relazione viene fatta su **campioni** mediante la stima del **parametro di associazione** e l'eventuale relazione riscontrata deve poi essere generalizzata alla popolazione mediante la verifica delle ipotesi (inferenza).

CORRELAZIONE

La statistica che indica il grado di associazione tra variabili è l'**indice di correlazione**.

Associati ai valori dei coefficienti di correlazione vi sono dei **test statistici** che consentono di verificare l'ipotesi nulla (H_0) ovvero l'assenza di relazione tra le variabili a livello della popolazione.

L'indice di correlazione viene considerato un indice di **forza dell'effetto** o **effect size** dal momento che esprime su una scala standardizzata la forza della associazione o relazione tra variabili.

CORRELAZIONE/CAUSAZIONE

COVARIAZIONE

(Covarianza, Correlazione o Associazione):
quando "semplicemente" osserviamo che due variabili presentano **variazioni concomitanti**.

CAUSAZIONE:

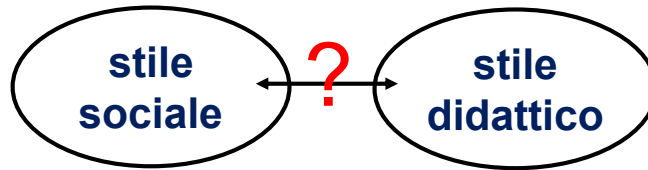
quando pensiamo che siano proprio le variazioni della variabile **X a determinare** le variazioni della variabile **Y**.
Identifichiamo la **DIREZIONALITÀ** e l'esistenza del **LEGAME DIRETTO** tra le due variabili.

Mentre la covarianza è **osservabile** la causazione appartiene al dominio della **teoria!!!**

CORRELAZIONE

Che cos'è la correlazione?

La correlazione tra due variabili è la tendenza delle variabili a “variare insieme” o a “**co-variare**”.



Non c'è alcuna implicazione causale.

CORRELAZIONE

La correlazione viene qualificata sulla base di tre elementi:

1. **Tipo** di relazione o forma
2. **Direzione** della relazione
3. **Entità** della relazione

CORRELAZIONE

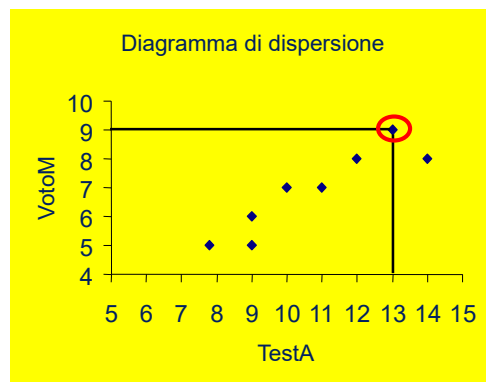
Supponiamo di essere interessati allo studio del tipo di relazione che lega due variabili: **X** (Attitudine in Matematica) e **Y** (Profitto in Matematica) misurate sullo stesso gruppo di soggetti.

Un primo e semplice passo da compiere è rappresentare graficamente la forma assunta dalla relazione tra **X** e **Y**.

CORRELAZIONE

Supponiamo di aver somministrato a un campione di 8 studenti un test di **attitudine alla matematica (testA)** e un test di **abilità matematiche (votoM)**, e di rappresentare graficamente la relazione tra le variabili.

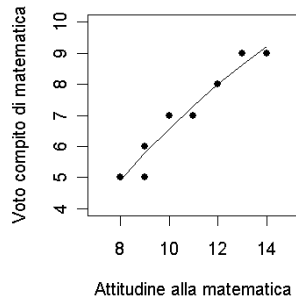
COD	NOME	TEST_A	VOTO_M
1	antonio	12	8
2	roberto	10	7
3	ida	14	8
4	simona	9	5
5	giovanna	9	6
6	carla	13	9
7	luca	11	7
8	melania	8	5



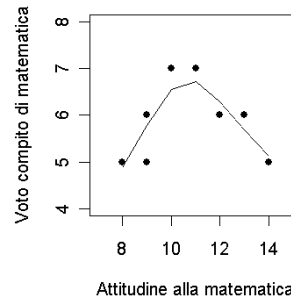
CORRELAZIONE

TIPO DI RELAZIONE O FORMA

Relazione lineare



Relazione non-lineare

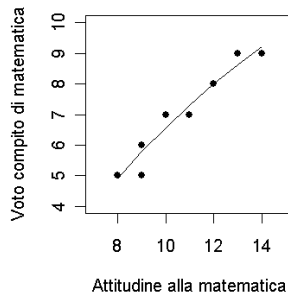


Una relazione si dice *lineare* quando la sua rappresentazione grafica, sugli assi cartesiani, si avvicina alla forma di una retta, *non lineare* quando ha un andamento curvilineo (per es., parabola).

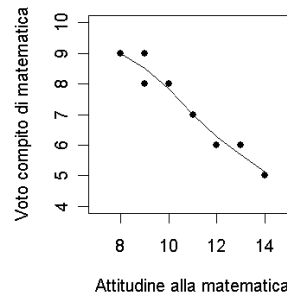
CORRELAZIONE

DIREZIONE DELLA RELAZIONE

Relazione lineare positiva



Relazione lineare negativa



Una relazione si dice *positiva* quando la sua rappresentazione grafica, sugli assi cartesiani, vista da sinistra a destra tende a “salire”, *negativa* quando da sinistra a destra tende a “scendere”.

CORRELAZIONE

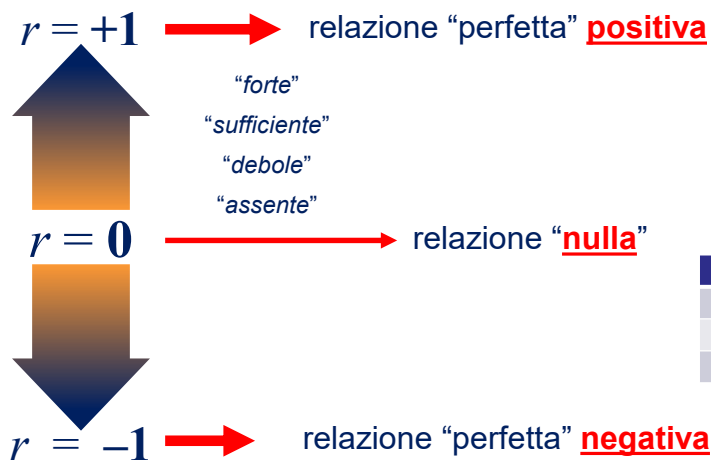
ENTITÀ DELLA RELAZIONE

L'**intensità** della relazione e la direzione viene espressa attraverso dal **coefficiente di correlazione**, indicato con la lettera r .

$$r_{XY}$$

r può variare tra -1 e $+1$

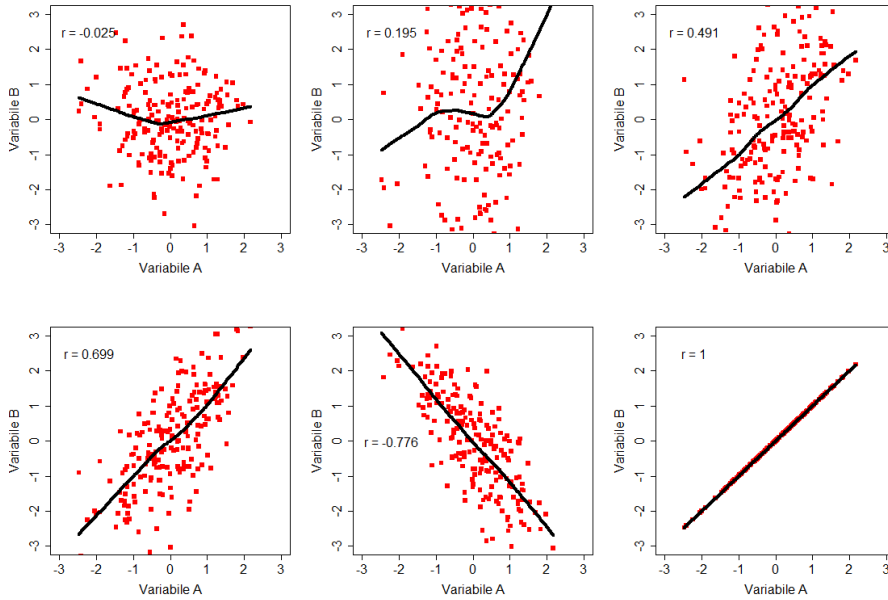
CORRELAZIONE



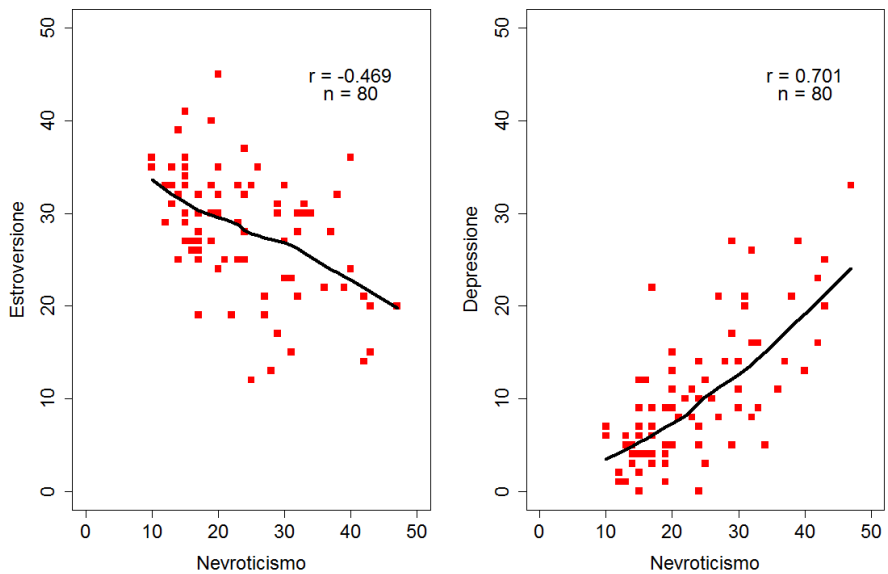
Effect size	$ r $
small	.10
medium	.30
large	.50

Nella **psicologia** un valore di riferimento è $r = |.30|$.

CORRELAZIONE



CORRELAZIONE



CORRELAZIONE

L'analisi grafica della relazione tra le variabili è **sempre** consigliata, allo scopo di individuare alcuni dei fattori che se presenti possono essere responsabili di una **stima distorta** dei coefficienti:

1. *outliers* nei dati
2. sottogruppi non omogenei nel campione
3. distribuzioni diverse fra le variabili
4. relazioni non lineari


COEFFICIENTI

A seconda del tipo di variabili si utilizzano diversi coefficienti di correlazione:

quantitative:  r di Pearson

ordinali:  r_s (rho) di Spearman
 t (tau) di Kendall

nominali:  V di Cramèr

una nominale dicotomica, una continua:  r punto biseriale

nominali dicotomiche:  f (phi)

r DI PEARSON

Quando le variabili sono misurate **almeno** al livello di scala ad **intervalli**, il coefficiente che si utilizza per l'analisi della relazione tra variabili è il coefficiente «prodotto-momento» di Pearson: ***r***.

CODEVIANZA

$$r_{Pearson} = \frac{\sum (X - \bar{X}) \cdot (Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X - \bar{X})^2 \cdot \sum (Y - \bar{Y})^2}}$$

SQRT PRODOTTO DELLE DEVIANZE

r DI PEARSON

$$r_{pearson} = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[N \sum x^2 - (\sum x)^2][N \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

$$= \frac{\sum z_x z_y}{N}$$

INFERENZA r DI PEARSON

Per la verifica delle ipotesi relative all'associazione di due variabili è necessario fare riferimento ad un modello bivariato che consenta di verificare ipotesi sulle relazioni tra variabili.

Tale modello è quello noto come **DISTRIBUZIONE NORMALE BIVARIATA** $(\mu_x, \sigma_x, \mu_y, \sigma_y, \rho_{xy})$ che consente di stimare la probabilità relative a ciascuna coppia di valori (x, y) .

INFERENZA r DI PEARSON

Nel caso della correlazione bisogna ricorrere alla distribuzione campionaria del parametro ρ (**rho**) del quale r è una stima campionaria.

L'ipotesi nulla che si usa più **frequentemente** è quella di mancanza di relazione tra x e $y \Rightarrow H_0: \rho_{xy} = 0$.

Con questa ipotesi i valori si distribuiscono normalmente con **$gdl = n - 2$** .

Per l'interpretazione è necessario individuare il valore **$r_{Critico}$** sulla tavola di distribuzione con le probabilità note, oppure **calcolare il valore della probabilità** associata all'ipotesi H_0 dato il valore osservato $(H_0|r)$ utilizzando un software statistico.

INFERENZA r DI PEARSON

In alternativa è possibile impiegare una formula che riporti il valore del parametro r osservato in termini della distribuzione ***t di Student***, e procedere alla verifica delle ipotesi (con le tavole o un software).

$$t_{test_{r_{xy}}} = \frac{|r_{xy}|}{\sqrt{1-r_{xy}^2}} \cdot \sqrt{n-2}$$

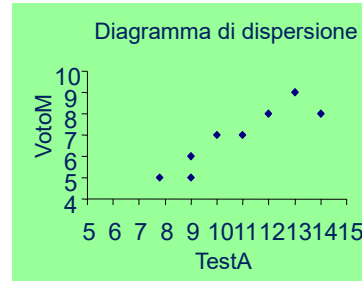
$$gdl = n - 2$$

r DI PEARSON

- (1) raccolta e codifica dei dati (valori osservati);
- (2) inserimento dei dati in una matrice;
- (3) definizione ipotesi nulla e ipotesi alternativa;
- (4) calcolo dei parametri delle due distribuzioni;
- (5) calcolo del *valore* r_{xy} ;
- (6) verifica l'ipotesi in base alla distribuzione teorica *normale bivariata*;
- (7) interpretazione dei risultati.

Esempio 1 r DI PEARSON

Supponiamo di voler verificare se esiste una **associazione** tra l'attitudine alla matematica (**testA**) e la performance al test di matematica (**votoM**).



L'ipotesi generale è che ci sia una relazione tra l'**attitudine alla matematica** (VI, non manipolata) e il **punteggio al test** (VI, non manipolata).

$$H_0 \Rightarrow r_{xy} = \rho_{xy} = 0$$

$$H_1 \Rightarrow r_{xy} = \rho_{xy} \neq 0$$

$$\alpha = .05 \Rightarrow \alpha = .025$$

COMPOSTA
BIDIREZIONALE

Esempio 1 r DI PEARSON

Cod	TestA	VotoM			
	x	y	xy	x^2	y^2
1	12	8	96	144	64
2	10	7	70	100	49
3	14	8	112	196	64
4	9	5	45	81	25
5	9	6	54	81	36
6	13	9	117	169	81
7	11	7	77	121	49
8	8	5	40	64	25
Σ	86	55	611	956	393

$$\sum x = 86$$

$$\sum y = 55$$

$$\sum xy = 611$$

$$\sum x^2 = 956$$

$$\sum y^2 = 393$$

$$\bar{x} = 10.75; s_x = 1.98$$

$$\bar{y} = 6.88; s_y = 1.36$$

Esempio 1 r DI PEARSON

$$r_{pearson} = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[N \sum x^2 - (\sum x)^2][N \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

$$r = \frac{8 \cdot 611 - (86 \cdot 55)}{\sqrt{[8 \cdot 956 - 86^2] \cdot [8 \cdot 393 - 55^2]}} =$$

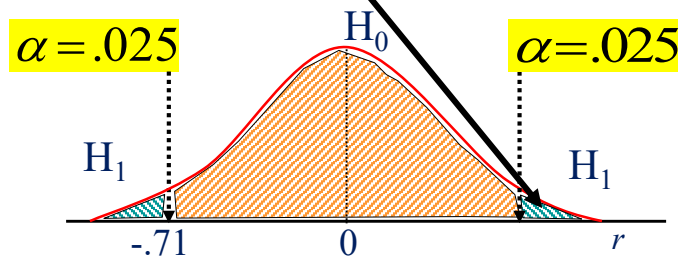
$$r = \frac{158}{173.17} = .912398$$

$$\begin{aligned} N &= 8 \\ \sum x &= 86 \\ \sum y &= 55 \\ \sum xy &= 611 \\ \sum x^2 &= 956 \\ \sum y^2 &= 393 \end{aligned}$$

$$r = .91$$

Esempio 1 r DI PEARSON

$$r = .91$$



Esempio 1 r DI PEARSON

$$r = .91$$

$$t_{test_{xy}} = \frac{|r_{xy}|}{\sqrt{1-r_{xy}^2}} \cdot \sqrt{n-2}$$

$$gdl = n - 2$$

$$t_{test_{xy}} = \frac{.91}{\sqrt{1-.83}} \cdot \sqrt{8-2} = 5.406$$

$$gdl = 8 - 2 = 6$$

$$P(t_{test_{xy}}, gdl=2) \cdot 2 = 0.001 \cdot 2 = 0.002$$

```
> pt(5.406,6,lower.tail = 0)*2
[1] 0.001654489
```

Esempio 1 r DI PEARSON

Correlations

		TestA	VotoM
TestA	Pearson Correlation	1	.912**
	Sig. (2-tailed)	.	.002
	N	8	8
VotoM	Pearson Correlation	.912**	1
	Sig. (2-tailed)	.002	.
	N	8	8

** . Correlation is significant at the 0.01 level

Esempio 1 r DI PEARSON

Questo risultato ci porta a **respingere** l'**ipotesi nulla** e a supportare l'**ipotesi alternativa**.

$$H_0 \Rightarrow r_{xy} = \rho_{xy} = 0$$

$$H_1 \Rightarrow r_{xy} = \rho_{xy} \neq 0$$

Come riportare il risultato

L'analisi della correlazione ha evidenziato una relazione lineare, positiva e forte tra l'attitudine alla matematica e il voto riportato al compito in classe. Infatti, maggiore è l'attitudine e maggiore è il voto riportato al compito ($r = .91; p < .01, N = 8$).

COEFF. DI DETERMINAZIONE

Quanto hanno in comune le due variabili?

Elevando al quadrato il coefficiente di correlazione si ha il **coefficiente di determinazione** indicato da r^2 .

$$r^2_{XY}$$

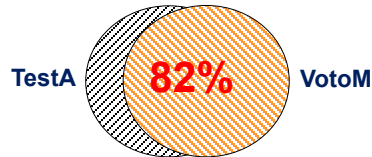
Il **coefficiente di determinazione** r^2 misura la proporzione di variabilità comune alle due variabili. Se si moltiplica il valore per **100** si ottiene il valore in **percentuale** (%). Tale indice viene utilizzato per esprimere l'**effect size** della associazione.

Esempio 1 r DI PEARSON

$$r = .91$$

$$r^2 = .82$$

Nell'esempio, i risultati evidenziano che le due variabili hanno in **comune l'82% di varianza**.



$$r^2_{|.30|} = .09 = 9\%$$

Se, da un punto di vista teorico, una delle due variabili ha un "valore causale" (**variabile indipendente**), rispetto alla seconda, allora si può dire che la prima **spiega** l'82% della variabilità della seconda.

MATRICE DI CORRELAZIONE

Se ho più di due variabili (es. A, B e C), posso calcolare per **ciascuna coppia** il coefficiente di correlazione.

Posso perciò organizzarle in una tabella che viene detta matrice di *correlazione* o di *intercorrelazione*.

	A	B	C
A	1	r_{AB}	r_{AC}
B	r_{AB}	1	r_{BC}
C	r_{AC}	r_{BC}	1

MATRICE **VARIABILIXVARIABILI** (simmetrica rispetto alla diagonale)

MATRICE DI CORRELAZIONE

Correlations Between Perceived Partner Acceptance, Parental Acceptance, and Psychological Adjustment, by Gender of Respondent

Variable	1	2	3	4
1. Partner acceptance		.22 [†]	.39**	.41**
2. Maternal acceptance	.26***		.55***	.26***
3. Paternal acceptance	.25***	.51***		.31*
4. Psychological adjustment	.40***	.31***	.40***	

Note: Correlations above the diagonal are for men ($n = 67$); correlations below the diagonal are for women ($n = 421$).

[†] $p < .10$. * $p < .05$. ** $p < .01$. *** $p < .001$.

N.B. In questa matrice non sono stati riportati i valori 1 nella diagonale, mentre nella parte superiore e inferiore della diagonale sono state riportate le correlazioni relative a due sotto-campioni diversi (maschi e femmine rispettivamente).

Intimate Partner Acceptance, Parental Acceptance in Childhood, and Psychological Adjustment Among American Adults in Ongoing Attachment Relationships

Ronald P. Rohrer
Tatiana Melesenz
Lisa Krainer-Rickaby
University of Connecticut

Cross-Cultural Research
Volume 40, Number 1
February 2019 13-22
© 2019 Sage Publications
10.1177/1049731518807500
http://ccr.sagepub.com
sagepub.com/journalsPermissions.nav
http://dx.doi.org/10.1177/1049731518807500

MATRICE DI CORRELAZIONE

Table 4. Pearson's correlation coefficients between the 15-item EQ subscales and the criterion measures

Scales	EQ subscales			
	Cognitive Empathy	Emotional Reactivity	Social Skills	EQ total
Convergente ⇒ ^a IRI				
Fantasy scale	.064	.412***	-.156	.174*
Perspective Taking	.128	.433***	.045	.309***
Empathic Concern	.251**	.622***	.093	.489***
Personal Distress	.127	.169*	-.228**	.041
Divergente ⇒ ^b HCL-32	.044	-.058	.075	.027
Concorrente ⇒ ^c TAS-20	-.131**	-.163***	-.356***	-.308***

Notes. ^a $n = 150$; ^b $n = 250$; ^c $n = 413$; IRI: Interpersonal Reactivity Index; HCL-32: Hypomania/Mania Symptom Checklist; TAS-20: Toronto Alexithymia scale; Hommel's corrected p -values: * $p < .05$; ** $p < .01$; *** $p < .001$.

The Factorial Structure of a 15-Item Version of the Italian Empathy Quotient Scale

Vincenzo Paolo Senese,¹ Annunziata De Nicola,² Anna Passaro,¹ and Gennaro Ruggiero²

¹Psychometric Laboratory, Department of Psychology, Second University of Naples, Italy
²Laboratory of Cognitive Science & Innovative Virtual Reality, Department of Psychology, Second University of Naples, Italy

European Journal of Psychological Assessment (2016)
DOI: 10.1027/1015-5759/a000348

N.B. Questa matrice non è simmetrica (e manca la diagonale) poiché sono diverse le variabili riportate in riga e colonna. Per tale ragione si dice rettangolare e non quadrata.



TECNICHE DI ANALISI DEI DATI

AA 2020/2021

PROF. V.P. SENESE

Questi materiali sono disponibili per tutti gli studenti al seguente indirizzo:

http://psiclab.altervista.org/TecnAnDat2021/2020_2021.html

Università della Campania «Luigi Vanvitelli» – Dipartimento di Psicologia – TECNICHE DI ANALISI DEI DATI – © Prof. V.P. Senese

***r* DI SPEARMAN**

Quando le variabili sono misurate almeno al livello di scala ad **ordinale**, il coefficiente che si utilizza per l'analisi della relazione tra variabili è il coefficiente di correlazione per **ranghi** di Spearman: r_s (Siegel e Castellan, 1992).

$$r_{s_{xy}} = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^N d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

d_i = differenzatra rangoin x e y

INFERENZA r DI SPEARMAN

Per verificare l'ipotesi mediante il coefficiente r_s dobbiamo riferirci come al solito alle tavole che riportano i valori di probabilità associati. Quando $N > 20$ è possibile trasformare i valori di r_s osservati in *punti* z e confrontarli con la distribuzione normale (valendo H_0) mediante la seguente formula:

$$z_{r_{s_{xy}}} = r_{s_{xy}} \sqrt{N-1}$$

Quando $N < 20$ è possibile trasformare i valori di r_s osservati in *punti* t mediante la seguente formula ($gdl = N - 2$):

$$t_{r_{s_{xy}}} = r_{s_{xy}} \sqrt{\frac{N-2}{1-r_{s_{xy}}^2}}$$

Esempio 2 r DI SPEARMAN

Supponiamo di voler verificare se esiste una relazione tra l'autoritarismo (**TestA**) e i pregiudizi sociali (**PregS**).

L'ipotesi generale è che ci sia una relazione tra autoritarismo (**VI**, non manipolata) e i pregiudizi sociali (**VI**, non manipolata).

$$H_0 \Rightarrow r_{xy} = \rho_{xy} = 0$$

$$H_1 \Rightarrow r_{xy} = \rho_{xy} \neq 0$$

$$\alpha = .05 \rightarrow \alpha = .025$$

COMPOSTA
BIDIREZIONALE

Esempio 2 r DI SPEARMAN

$$r_{s_{xy}} = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^N d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

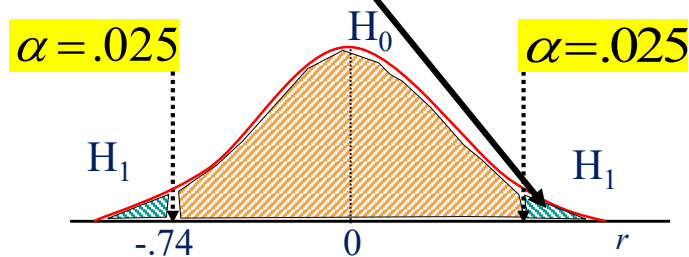
Cod	TestA	PregS				
	x	y	R_x	R_y	$R_x - R_y$	$(R_x - R_y)^2$
1	82	42	2	3	-1	1
2	98	46	5	4	1	1
3	87	39	4	2	2	4
4	40	37	1	1	0	0
5	116	65	8	6	2	4
6	113	88	7	8	-1	1
7	111	86	6	7	-1	1
8	83	56	3	5	-2	4

$$\sum d^2 = 16$$

$$r_{s_{xy}} = 1 - \frac{6 \cdot (16)}{8 \cdot (63)} = .80952$$

Esempio 2 r DI SPEARMAN

$$N = 8 \quad r_{s_{xy}} = .810$$



Esempio 2 r DI SPEARMAN

$$t_{r_{sxy}} = r_{s_{xy}} \sqrt{\frac{N-2}{1-r_{s_{xy}}^2}}$$

$$t_{r_{sxy}} = .81 \sqrt{\frac{8-2}{1-.81^2}} = 3.383$$

$$gdl = 8 - 2 = 6$$

```
> pt(3.383,6,lower.tail = 0)*2
[1] 0.01480289
```

Correlazioni				
			TestA	PregS
Rho di Spearman	TestA	Coefficiente di correlazione	1,000	,810*
		Sig. (2-code)	.	,015
		N	8	8
PregS	PregS	Coefficiente di correlazione	,810*	1,000
		Sig. (2-code)	,015	.
		N	8	8

*. La correlazione è significativa al livello 0,05 (2-code).

Esempio 2 r DI SPEARMAN

Correlazioni				
			TestA	PregS
Rho di Spearman	TestA	Coefficiente di correlazione	1,000	,810*
		Sig. (2-code)	.	,015
		N	8	8
PregS	PregS	Coefficiente di correlazione	,810*	1,000
		Sig. (2-code)	,015	.
		N	8	8

*. La correlazione è significativa al livello 0,05 (2-code).

Questo risultato ci porta a **respingere** l'ipotesi nulla e a supportare l'**ipotesi alternativa**.

Come riportare il risultato

L'analisi della correlazione ha evidenziato una relazione positiva e forte tra l'autoritarismo e i pregiudizi sociali. Infatti, maggiore è l'autoritarismo e maggiore è il numero di pregiudizi sociali, $r_s = .81$; $p = .015$, $N = 8$.



TECNICHE DI ANALISI DEI DATI

AA 2020/2021

PROF. V.P. SENESE

Questi materiali sono disponibili per tutti gli studenti al seguente indirizzo:

http://psiclab.altervista.org/TecnAnDat2021/2020_2021.html

Università della Campania «Luigi Vanvitelli» – Dipartimento di Psicologia – TECNICHE DI ANALISI DEI DATI – © Prof. V.P. Senese

V DI CRAMÈR

Quando le variabili sono misurate su scala **nominale**, il coefficiente che si utilizza per l'analisi della relazione tra variabili è il coefficiente V di Cramèr: **V** (Siegel e Castellan, 1992). Il coefficiente **V** varia tra **0** e **1**.

$$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{N(L-1)}}$$

$\chi^2 = \text{chi-quadrato}$

$N = \text{osservazioni}$

$L = \min(\text{n.righe}, \text{n.colonne})$

INFERENZA V DI CRAMÈR

Per verificare l'ipotesi mediante il coefficiente V di Cramèr dobbiamo riferirci alla significatività della statistica χ^2 calcolata sulla tabella, con i relativi gradi di libertà. Il valore viene interpretato utilizzando la relativa distribuzione.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(f_{o_{ij}} - f_{a_{ij}})^2}{f_{a_{ij}}}$$

f_o = frequenza osservata
 f_a = frequenza attesa
 r = numeri di righe, 1, 2, ..., i
 c = numeri di colonne, 1, 2, ..., j

$$gdl_{\chi^2} = (r-1)(c-1)$$

Assunzioni:

- (1) osservazioni indipendenti;
- (2) nessuna freq. osservata = 0;
- (3a) se dicotomica, nessuna freq. teorica < 5;
- (3b) se politomica, nessuna freq. teorica < 1 e meno del 20% < 5.

Esempio 3 V DI CRAMÈR

Supponiamo che uno psicologo voglia valutare l'associazione tra la laurea e la scelta professionale. A tal scopo osserva un campione di 108 psicologi e un campione di 72 economisti e confronta le scelte professionali fatte (settore privato o università).

L'ipotesi generale è che la laurea (non manipolata, N) sia associata alla preferenza per il settore professionale (N).

$$H_0 \Rightarrow p_{f_{PrP}} = p_{f_{PrE}} \text{ e } p_{f_{PuP}} = p_{f_{PuE}}$$

$$H_1 \Rightarrow p_{f_{PrP}} \neq p_{f_{PrE}} \text{ e } p_{f_{PuP}} \neq p_{f_{PuE}}$$

$$\alpha = .05$$

CHE LA DISTRIBUZIONE DI FREQUENZE SIA DIVERSA TRA I DUE GRUPPI, QUINDI CHE LE VARIABILI SIANO DIPENDENTI O ASSOCIATE

Esempio 3 V DI CRAMÈR

	Privato	Pubblico	TOT
f_o Psicologi	55	53	108
Economisti	45	27	72
TOT	100	80	180
Modello_ H_0	0.556	0.444	1

	Privato	Pubblico	
$H_0 \Rightarrow p_{f_{PrP}} = p_{f_{PrE}} \text{ e } p_{f_{PuP}} = p_{f_{PuE}}$			
f_a Psicologi	60	48	$108(.556) = 60$ $108(.444) = 48$
Economisti	40	32	$72(.556) = 40$ $72(.444) = 32$

Esempio 3 V DI CRAMÈR

	Privato	Pubblico	TOT
f_o Psicologi	55	53	108
Economisti	45	27	72
TOT	100	80	180

$$H_0 \Rightarrow p_{f_{PrP}} = p_{f_{PrE}} \text{ e } p_{f_{PuP}} = p_{f_{PuE}} \quad f_{a_{PrP}} : 108 = 100 : 80$$

	Privato	Pubblico	
f_a Psicologi	60	48	$f_{a_{PrP}} = \frac{108 \cdot 100}{180} = 60$ $f_{a_{PrE}} = \frac{72 \cdot 100}{180} = 40$
Economisti	40	32	$f_{a_{PuP}} = \frac{108 \cdot 80}{180} = 48$ $f_{a_{PuE}} = \frac{72 \cdot 80}{180} = 32$

Esempio 3 V DI CRAMÈR

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(f_{o_{ij}} - f_{a_{ij}})^2}{f_{a_{ij}}}$$

$$gdl_{\chi^2} = (r-1)(c-1)$$

f_o = frequenze osservate
 f_a = frequenze attese
 r = numero di righe 1, 2, ..., r
 c = numero di colonne 1, 2, ..., c

f_o	f_a	$f_o - f_a$	$(f_o - f_a)^2$	$\frac{(f_o - f_a)^2}{f_a}$
45	40	5	25	0.625
55	60	-5	25	0.417
27	32	-5	25	0.781
53	48	5	25	0.521

$$\chi^2 = 2.344$$

$$gdl = (2-1)(2-1) = 1$$

Esempio 3 V DI CRAMÈR

	Privato	Pubblico	TOT
Psicologi	55	53	108
Economisti	45	27	72
TOT	100	80	180

$$\chi^2 = 2.344$$

$$gdl = (2-1)(2-1) = 1$$

$$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{N(L-1)}}$$

χ^2 = chi-quadrato
 N = osservazioni
 L = $\min(\text{righe}, \text{colonne})$

$$L = \min(2, 2) = 2$$

$$V = \sqrt{\frac{2.344}{180(2-1)}} = 0.1141$$

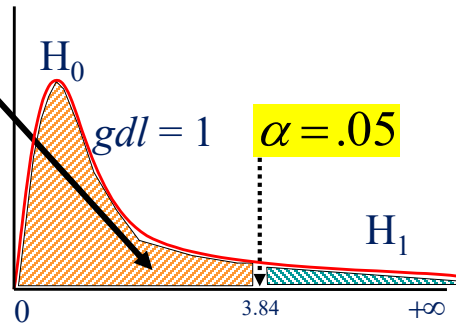
Esempio 3 V DI CRAMÈR

$$\chi^2 = 2.344$$

$$gdl = (2-1)(2-1) = 1$$

```
> pchisq(2.344,1,lower.tail = 0)
[1] 0.1257662
```

Questo risultato ci porta ad **accettare** l'**ipotesi nulla** e a rifiutare l'**ipotesi alternativa**.



Come riportare il risultato

L'analisi della correlazione **non** ha evidenziato una associazione significativa tra la laurea e le scelte professionali, $\chi^2(1) = 2.344$, $p = .126$, $N = 180$, $V = .114$.