TECNICHE DI ANALISI DEI DATI

AA 2019/2020

PROF. V.P. SENESE

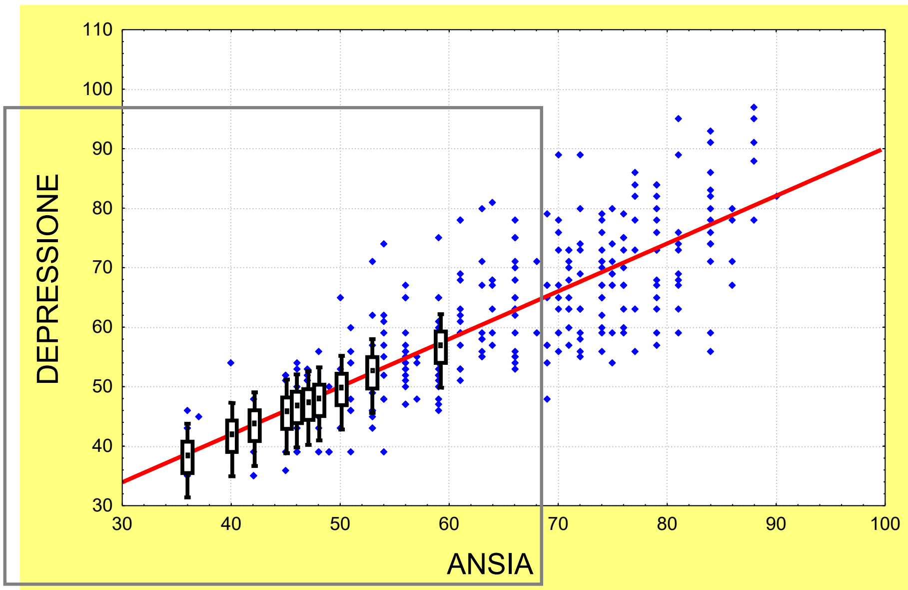
Questi materiali sono disponibili per tutti gli studenti al seguente indirizzo:
http://psiclab.altervista.org/TecnAnDat2020/2019_2020.html

ANOVA

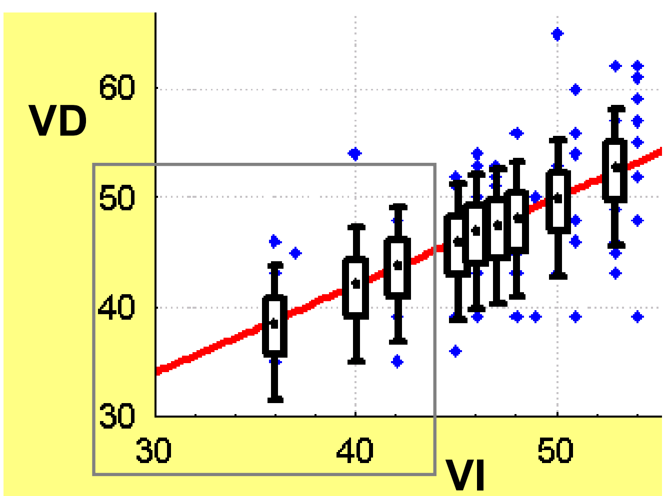
Quando la relazione causale chiama in causa **variabili indipendenti** (**VI**) di tipo **qualitativo** (**N** o **O**), mentre la **variabile dipendente** (**VD**) è di tipo **quantitativo** (**I** o **R**) l'analisi che può essere impiegata è l'**ANALISI DELLA VARIANZA** (**ANOVA**).

Anche in questo caso (come nella regressione) l'obiettivo è quello di voler verificare se la **capacità di prevedere** i valori di una data variabile **Y**, **E(Y)**, aumenta conoscendo i valori assunti da una data variabile **X**; ovvero se nei diversi livelli della/e variabile/i indipendente la variabile dipendente si distribuisce in modo differente.

ANOVA



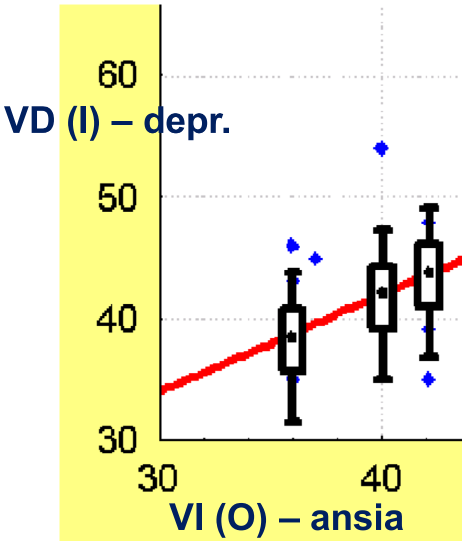
ANOVA



Trasformiamo la variabile indipendente e consideriamola come variabile misurata su scala ordinale (O)

Consideriamo di questa variabile solo un numero ristretto di valori (es. tre: 36, 40 e 42)

ANOVA



Questa situazione è quella dalla quale si parte quando abbiamo una VI di tipo N o O e una VD ad I o R e vogliamo confrontare la distribuzione della VD nei gruppi determinati dai livelli della VI.

Per effettuare il confronto dobbiamo scegliere il test statistico da applicare.

Es.

- ***t test* ? *Chi-quadrato* ? *test W* ? *ANOVA* ?**

ANOVA

L'analisi della varianza **ANOVA** si basa sulla scomposizione della variabilità totale in due parti:

I PARTE) VAR. DOVUTA ALL'EFFETTO (VI)
varianza **tra-gruppi** (*between*) o **spiegata**

II PARTE)
VAR. DOVUTA ALLA DIVERSITÀ DEI SOGGETTI
varianza **entro i gruppi** (*within*) o
varianza **residua** o
varianza **casuale**

$$SS_{totale} = SS_{spiegata} + SS_{errore}$$

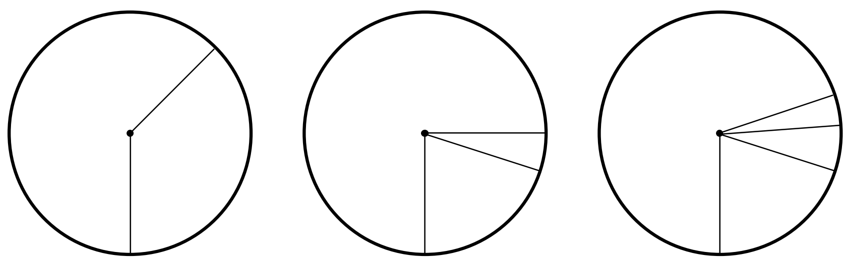
ANOVA

La scomposizione della variabilità **dipende** direttamente dal **disegno di ricerca**. Distinguiamo tra:

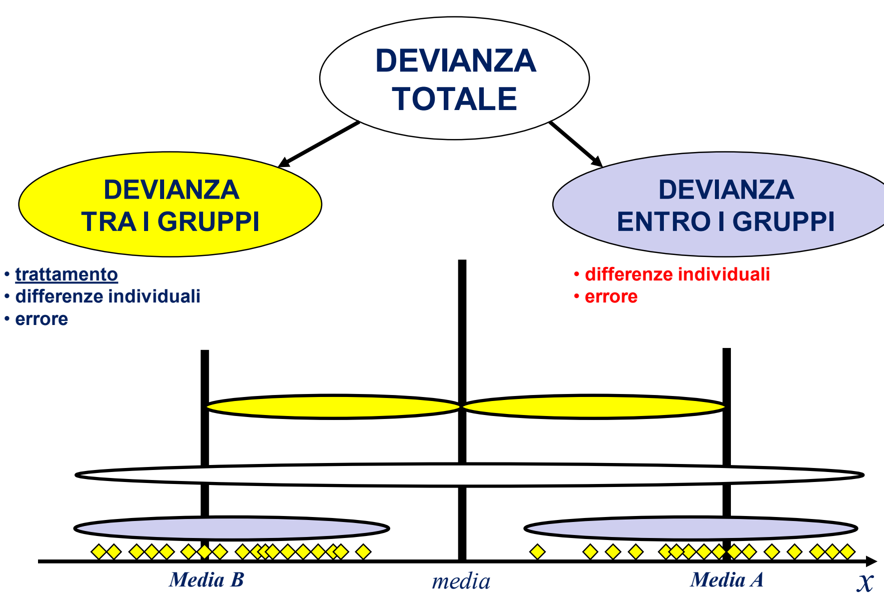
• disegni a **FATTORI *BETWEEN*** (misure/gruppi indipendenti);

• disegni a **FATTORI *WITHIN*** (misure/gruppi dipendenti);

• disegni **MISTI** (misure/gruppi sia dipendenti sia indipendenti).

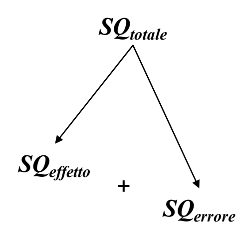


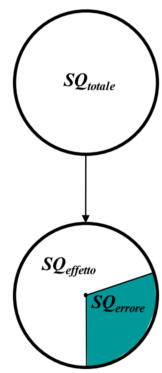
ANOVA *BETWEEN*



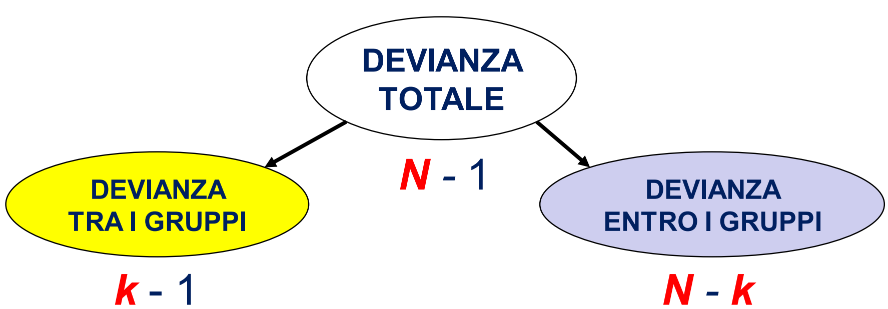
ANOVA *BETWEEN*

$$SS_{totale} = SS_{spiegata} + SS_{errore}$$





ANOVA *BETWEEN*



N = numero di osservazioni
k = numero di gruppi (livelli della **VI**)

ANOVA *BETWEEN*

Es. Un fattore *between* 3 livelli:
A (alti) – B (medi) – C (bassi)

DEVIANZA TOTALE

$$\sum\left(y_{ij}-\bar{y}_{..}\right)^2$$

DEVIANZA ENTRO I GRUPPI

$$\sum\left(y_{ij}-\bar{y}_{i.}\right)^2$$

DEVIANZA TRA I GRUPPI

$$N\cdot\sum\left(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..}\right)^2$$

Effetto VI

$y_{ij} = \textit{punteggio } ss_i$
$\bar{y}_{i.} = \textit{media gruppo}$
$\bar{y}_{..} = \textit{media totale}$

ANOVA *BETWEEN*

Per **confrontare la due varianze** e verificare se quella spiegata dall'effetto (**VI**) è maggiore di quella residua, si calcola la statistica **F**. La **varianza spiegata** (dal modello) va al numeratore, quella **residua** al denominatore.

$$\mathrm{F} = \frac{\text{var spiegata}}{\text{var errore}}$$

$$F = \frac{Var_{tra\_gr}}{Var_{entro\_gr}} = \frac{\dfrac{Dev_{tra\_gr}}{gdl}}{\dfrac{Dev_{entro\_gr}}{gdl}}$$

H_0 : la varianza spiegata è uguale a quella residua (casuale) $\rightarrow F = 1$
$\mathrm{H}_1 : F > 1$

$$\mathrm{gdl}_{\mathrm{F}} = \frac{k-1}{n-k}$$

H_0 : tutte le medie dei k gruppi sono uguali
H_1 : esiste almeno un gruppo con una media diversa dalle altre

ANOVA *BETWEEN*

Se si rifiuta H_0, ovvero si osserva che la **variabilità *between*** è **significativamente maggiore** di quella ***within*** (H_1), possiamo affermare che:

(1) la variabilità osservata nella **variabile dipendente** è riconducibile alla **variabile indipendente** che ha generato i gruppi;

(2) esiste **almeno una differenza** tra le medie dei gruppi riconducibile alla variabile indipendente, ovvero esiste **almeno un gruppo** in cui la variabile dipendente si distribuisce in modo diverso dagli altri gruppi.

Post hoc ► Se ***k* > 2** e non pianificati ► Varianti del ***t*-test** per confronti fra coppie di campioni con correzione del valore di probabilità (**$\Sigma p = \alpha$**) per verificare quali gruppi sono diversi.

ANOVA *POST-HOC*

Per la valutazione dei **confronti non pianificati** bisogna fare attenzione a contenere l'errore di **I tipo**. A tal scopo sono stati proposti differenti procedure utili alla correzione:

Test di Tukey (Tukey, 1953): consente di controllare l'errore di I tipo nel caso in cui vengano eseguiti solo confronti a coppie.

Test di Scheffé (Sheffé, 1953): consente di eseguire **tutti i confronti possibili**, sia tra coppie di medie sia tra medie complesse, impedendo all'errore di I tipo di eccedere il livello prescelto.

Correzione di Bonferroni (Bonferroni, 1936): consente di eseguire tutti i confronti possibili correggendo il livello di probabilità (ad esempio α = .05) di ciascun confronto per il numero (n) di confronti effettuati: α/n.

Sono stati proposti **modelli alternativi** per correggere i livelli di probabilità dei confronti multipli che tengano in considerazione sia una riduzione dell'errore di **I tipo** sia dell'errore di **II tipo** (es., Pastore, Nucci e Galfano, 2005).

ANOVA *BETWEEN*
EFFECT SIZE

Eta quadrato

$$\eta^2 = \frac{\text{devianza spiegata}}{\text{devianza totale}} = \frac{SS_{between}}{SS_{totale}}$$

Effect size	η^2
small	.06
medium	.14
large	.20

Omega quadrato

$$\omega^2 = \frac{(k-1)\cdot(F-1)}{((k-1)\cdot(F-1)+n)}$$

ASSUNTI ANOVA *BETWEEN*

(1) i ***k*** campioni sono **indipendenti**;

(2) le popolazioni da cui provengono i ***k*** campioni sono distribuite in modo **normale**;

(3) le varianze di tali popolazioni sono omogenee (**omoschedasticità**);

(4) la variabile indipendente che ha ***k*** livelli (2 o più) è misurata su scala **qualitativa** o non parametrica (N o O);

(5) la variabile dipendente è misurata su scala **metrica** (I o R)

(6) gli effetti delle VI sulla VD sono **additivi**.

ESEMPIO #3

La condizione (cond) sperimentale (facile, media, difficile, impossibile) influenza il livello di ansia **pre**-test (ans_p)?

Cond → **ans_p**

ANOVA between a **un fattore** a **4 livelli** con la **Condizione** come variabile indipendente (Cond; VI-O) e il livello di **ansia pre-test** come variabile dipendente (ans_p; VD-I).

$$\mathrm{H}_0 \Rightarrow \mu_{G1} = \mu_{G2} = \mu_{G3} = \mu_{G4}$$

$$\mathrm{H}_1 \Rightarrow \mu_{G1} \neq (\mu_{G2} \text{ o } \mu_{G3} \text{ o } \mu_{G4})$$
$$\mathrm{H}_1 \Rightarrow \mu_{G2} \neq (\mu_{G3} \text{ o } \mu_{G4})$$
$$\mathrm{H}_1 \Rightarrow \mu_{G3} \neq (\mu_{G4})$$

$$\alpha = .05$$

ESEMPIO #3

ANOVA - ans_p

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	η²	ω²
Cond	20.84	3	6.947	0.164	0.921	0.005	0.000
Residual	4075.52	96	42.453				

Note. Type III Sum of Squares

Questo risultato ci porta ad accettare l'ipotesi nulla.

$$\mathrm{H}_0 \Rightarrow \mu_{G1} = \mu_{G2} = \mu_{G3} = \mu_{G4}$$

Il livello di ansia prima della prova non viene influenzato dalla condizione sperimentale, ***F*(3,96) = 0.164, *p* = .921, η^2 = .005**.

N.B. Se si calcola il ***power*** di questo test il risultato è: ***power* = .518**. In queste condizioni di analisi per avere un *power* di almeno .80 è necessario un campione di **180 ss.**

ESEMPIO #4

La condizione (cond) sperimentale (facile, media, difficile, impossibile) influenza il livello di ansia **post**-test (ans_a)?

Cond → **ans_a**

ANOVA between a **un fattore** a **4 livelli** con la **Condizione** come variabile indipendente (Cond; VI-O) e il livello di **Ansia post-test** come variabile dipendente (ans_a; VD-I).

$$\mathrm{H}_0 \Rightarrow \mu_{G1} = \mu_{G2} = \mu_{G3} = \mu_{G4}$$

$$\mathrm{H}_1 \Rightarrow \mu_{G1} \neq (\mu_{G2} \text{ o } \mu_{G3} \text{ o } \mu_{G4})$$
$$\mathrm{H}_1 \Rightarrow \mu_{G2} \neq (\mu_{G3} \text{ o } \mu_{G4})$$
$$\mathrm{H}_1 \Rightarrow \mu_{G3} \neq (\mu_{G4})$$

$$\alpha = .05$$

ESEMPIO #4

ANOVA - ans_a

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	η²	ω²
Cond	197.8	3	65.95	3.082	0.031	0.088	0.059
Residual	2054.2	96	21.40				

Note. Type III Sum of Squares

Questo risultato ci porta a respingere l'ipotesi nulla e a supportare l'ipotesi alternativa.

$$\mathrm{H}_0 \Rightarrow \mu_{G1} = \mu_{G2} = \mu_{G3} = \mu_{G4}$$

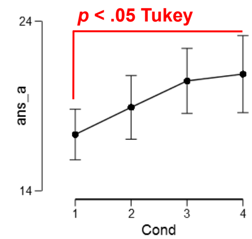
$$\mathrm{H}_1 \Rightarrow \mu_{G1} \neq (\mu_{G2} \text{ o } \mu_{G3} \text{ o } \mu_{G4})$$
$$\mathrm{H}_1 \Rightarrow \mu_{G2} \neq (\mu_{G3} \text{ o } \mu_{G4})$$
$$\mathrm{H}_1 \Rightarrow \mu_{G3} \neq (\mu_{G4})$$

ESEMPIO #4

Cond
1- facile
2- media
3- difficile
4- impossibile

Descriptives - ans_a

Cond	Mean	SD	N
1	17.32	3.614	25
2	18.92	4.545	25
3	20.48	4.647	25
4	20.88	5.502	25



Post Hoc Comparisons - Cond

		Mean Difference	SE	t	p_{tukey}	$p_{scheffe}$	p_{bonf}	p_{holm}
1	2	−1.600	1.308	−1.223	0.614	0.684	1.000	0.673
	3	−3.160	1.308	−2.415	0.081	0.128	0.106	0.088
	4	−3.560	1.308	−2.721	0.038	0.067	0.046	0.046
2	3	−1.560	1.308	−1.192	0.633	0.701	1.000	0.673
	4	−1.960	1.308	−1.498	0.443	0.526	0.824	0.550
3	4	−0.400	1.308	−0.306	0.990	0.993	1.000	0.760

ESEMPIO #4

L'**ANOVA** ha messo in evidenza che la condizione sperimentale influenza significativamente il livello di ansia riportato dopo il test di statistica, $F(3,96) = 3.08$, $p = .031$, $\eta^2 = .088$. In particolare, i test ***post-hoc*** condotti con la correzione di Tukey evidenziano che gli studenti posti nella condizione impossibile ($M = 20.9$) dichiarano di avere un livello di ansia significativamente superiore agli studenti posti nella condizione facile ($M = 17.3$). Non significative risultano le differenze tra gli altri gruppi confrontati.

N.B. Se si calcola il ***power*** di questo test il risultato è: ***power* = .518**. In queste condizioni di analisi per avere un *power* di almeno .80 è necessario un campione di **180 ss**.

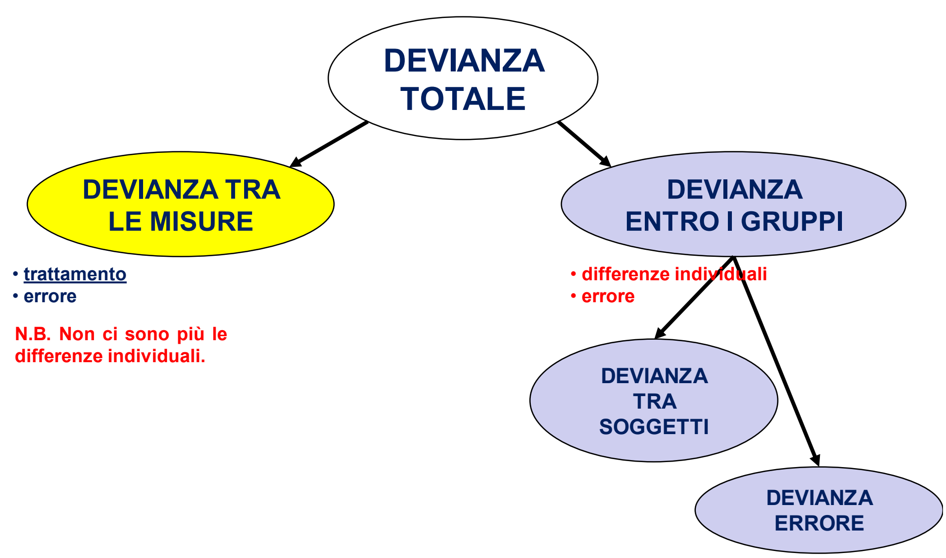
TECNICHE DI ANALISI DEI DATI

AA 2019/2020

PROF. V.P. SENESE

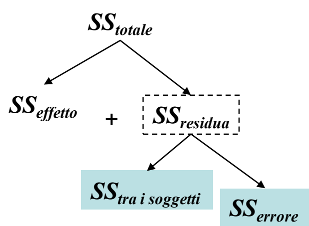
Questi materiali sono disponibili per tutti gli studenti al seguente indirizzo:
http://psiclab.altervista.org/TecnAnDat2020/2019_2020.html

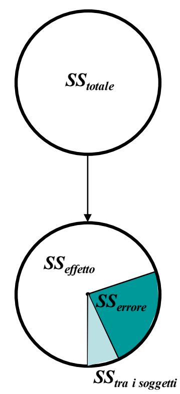
ANOVA *WITHIN*



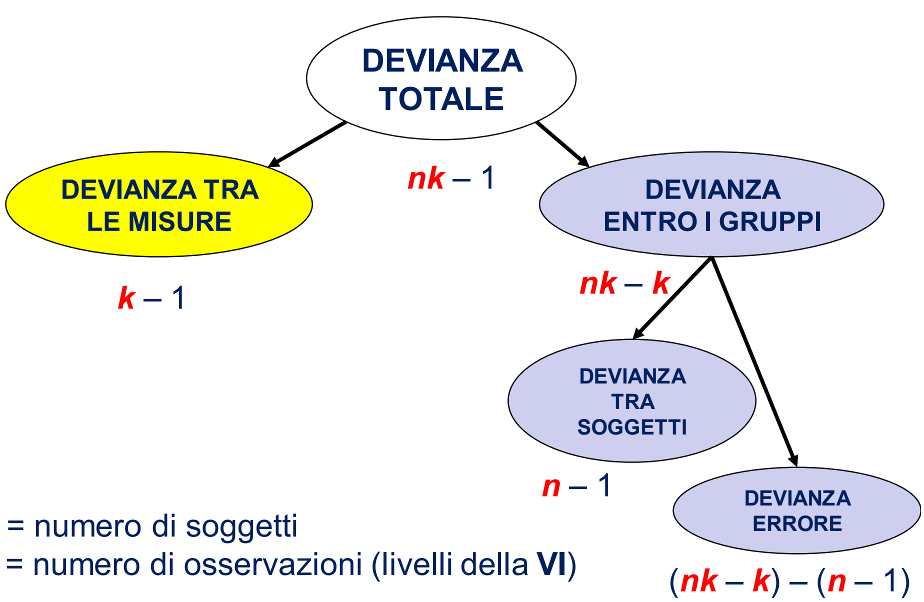
ANOVA *WITHIN*

$$SS_{totale} = SS_{spiegata} + SS_{errore}$$





ANOVA *WITHIN*



n = numero di soggetti
k = numero di osservazioni (livelli della **VI**)

ANOVA *WITHIN*

$$\sum\left(y_{ij}-\bar{y}_{..}\right)^2$$

DEVIANZA TOTALE

$$\sum\left(y_{ij}-\bar{y}_{.j}\right)^2$$

DEVIANZA ENTRO I GRUPPI

$$n\sum\left(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..}\right)^2$$

DEVIANZA TRA LE MISURE

DEVIANZA TRA I SOGGETTI

$$k\sum\left(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..}\right)^2$$

DEVIANZA ERRORE

Dev. entro i gr. – Dev. tra i sogg.

$y_{ij} = punteggio\ ss_i$

$\bar{y}_{i.} = media\ ss$

$\bar{y}_{.j} = media\ misura\ k$

$\bar{y}_{..} = media\ totale$

$k = osservazioni$

ANOVA *WITHIN*

Per **confrontare la due varianze** e verificare se quella spiegata dall'effetto (**VI**) è maggiore di quella residua, si calcola la statistica **F**. La **varianza spiegata** (dal modello) va al numeratore, quella **residua** al denominatore.

$$\mathrm{F} = \frac{\text{var spiegata}}{\text{var errore}}$$

$$F = \frac{Var_{spiegata}}{Var_{errore}} = \frac{\dfrac{Dev_{spiegata}}{gdl}}{\dfrac{Dev_{errore}}{gdl}}$$

H_0 : la varianza spiegata è uguale a quella residua (casuale) $\rightarrow F = 1$

$\mathrm{H}_1 : F > 1$

$$\mathrm{gdl}_{\mathrm{F}} = \frac{k-1}{(nk-k)-(n-1)}$$

H_0 : tutte le medie dei k gruppi sono uguali

H_1 : esiste almeno un gruppo con una media diversa dalle altre

ANOVA *WITHIN*

Se si rifiuta H_0, ovvero si osserva che la **variabilità *between* (spiegata)** è **significativamente maggiore** di quella ***within* (errore)** (H_1), possiamo affermare che:

(1) la variabilità osservata nella **variabile dipendente** è riconducibile alla **variabile indipendente** che ha influenzato le misure;

(2) esiste **almeno una differenza** tra le ***k*** misure riconducibile alla variabile indipendente, ovvero esiste **almeno una misura** in cui la variabile dipendente si distribuisce in modo diverso dalle altre.

Post hoc ► Se ***k* > 2** e non pianificati ► Varianti del ***t*-test** per confronti fra coppie di campioni con correzione del valore di probabilità (**Σp = α**) per verificare quali misure sono diverse.

ANOVA *WITHIN*
EFFECT SIZE

Eta quadrato

$$\eta^2 = \frac{\text{devianza spiegata}}{\text{devianza totale}} = \frac{SS_{spiegata}}{SS_{totale}}$$

Effect size	η^2
small	.06
medium	.14
large	.20

Omega quadrato

$$\omega^2 = \frac{SS_{spiegata} - (k-1)\cdot MS_{errore}}{SS_{totale} + MS_{soggetti} + n \cdot MS_{errore}}$$

ASSUNTI ANOVA *WITHIN*

(1) Gli **errori** (ε_{ij}) devono essere indipendenti (i soggetti non si devono influenzare reciprocamente);

(2) gli **errori** (ε_{ij}) devono essere distribuiti normalmente con una media uguale a **0**;

(3) le **varianze** delle differenze tra tutte le coppie di misure devono essere uguali (**sfericità o circolarità** → **test di Mauchley**).

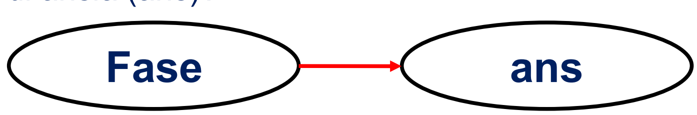
Nel caso in cui ci sia una **violazione dell'assunto di sfericità** si procede correggendo i gradi di libertà della statistica **F** mediante il parametro (ε). Tre sono le possibili correzioni: →

- Greenhouse-Geisser
- Huynh-Feldt
- Lower-bound

GG è conservativa

ESEMPIO #5

Le fasi sperimentali influenzano (baseline, info sul test, test) il livello di ansia (ans)?



ANOVA within a **un fattore** a **3 livelli** con la **Fase** (baseline; info sul test; test) come variabile **indipendente** (Fase; VI-O) e il livello di **Ansia** come variabile **dipendente** (ans; VD-I).

$$\mathrm{H}_0 \Rightarrow \mu_{F1} = \mu_{F2} = \mu_{F3}$$

$$\mathrm{H}_1 \Rightarrow \mu_{F1} \neq (\mu_{F2} \text{ o } \mu_{F3})$$
$$\mathrm{H}_1 \Rightarrow \mu_{F2} \neq (\mu_{F3})$$

$$\alpha = .05$$

ESEMPIO #5

Within Subjects Effects

	Sphericity Correction	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	η²	ω²
Fase	None	76.53ᵃ	2.000ᵃ	38.26ᵃ	3.744ᵃ	0.025ᵃ	0.036	0.027
	Greenhouse-Geisser	76.53ᵃ	1.643ᵃ	46.59ᵃ	3.744ᵃ	0.034ᵃ	0.036	0.027
	Huynh-Feldt	76.53ᵃ	1.667ᵃ	45.92ᵃ	3.744ᵃ	0.033ᵃ	0.036	0.027
Residual	None	2023.47	198.000	10.22				
	Greenhouse-Geisser	2023.47	162.608	12.44				
	Huynh-Feldt	2023.47	164.988	12.26				

Note. Type III Sum of Squares

ᵃ Mauchly's test of sphericity indicates that the assumption of sphericity is violated (p < .05).

Between Subjects Effects ▼

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	η²	ω²
Residual	2023	198	10.22				

Note. Type III Sum of Squares

Test of Sphericity

	Mauchly's W	p	Greenhouse-Geisser ε	Huynh-Feldt ε
Fase	0.782	< .001	0.821	0.833

Questo risultato ci porta a respingere l'ipotesi nulla e a supportare l'ipotesi alternativa.

$$H_0 \Rightarrow \mu_{F1} = \mu_{F2} = \mu_{F3}$$

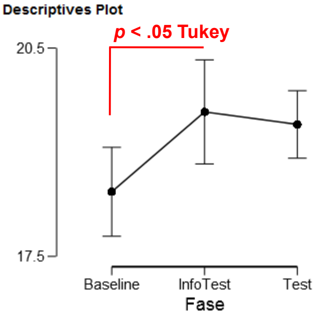
$$H_1 \Rightarrow \mu_{F1} \neq (\mu_{F2} \text{ o } \mu_{F3})$$
$$H_1 \Rightarrow \mu_{F2} \neq (\mu_{F3})$$

ESEMPIO #5

Post Hoc Comparisons - Fase

		Mean Difference	SE	t	p_{tukey}	$p_{scheffe}$	p_{bonf}	p_{holm}
Baseline	InfoTest	−1.150	0.452	−2.544	0.031	0.041	0.035	0.035
	Test	−0.970	0.452	−2.146	0.083	0.103	0.099	0.066
InfoTest	Test	0.180	0.452	0.398	0.916	0.924	1.000	0.691

Descriptives Plot



Descriptives

Fase	Mean	SD	N
Baseline	18.43	4.330	100
InfoTest	19.58	6.433	100
Test	19.40	4.769	100

ESEMPIO #5

L'**ANOVA** ha messo in evidenza che la fase sperimentale influenza significativamente il livello di ansia riportato, **$F(2,198) = 3.74$, $p = .025$, $\eta^2 = .036$**. In particolare, i test ***post-hoc*** condotti con la correzione di Tukey evidenziano che il livello di ansia degli studenti nella fase *baseline* (**$M = 18.4$**) è significativamente inferiore a quello degli studenti nella fase prima del test (**$M = 19.6$**). Non significativa è la differenza nel livello di ansia tra prima e dopo il test (**$M = 19.4$**).

N.B. Se si calcola il ***power*** di questo test il risultato è: ***power* = .999**.