TECNICHE DI ANALISI DEI DATI

AA 2016/2017

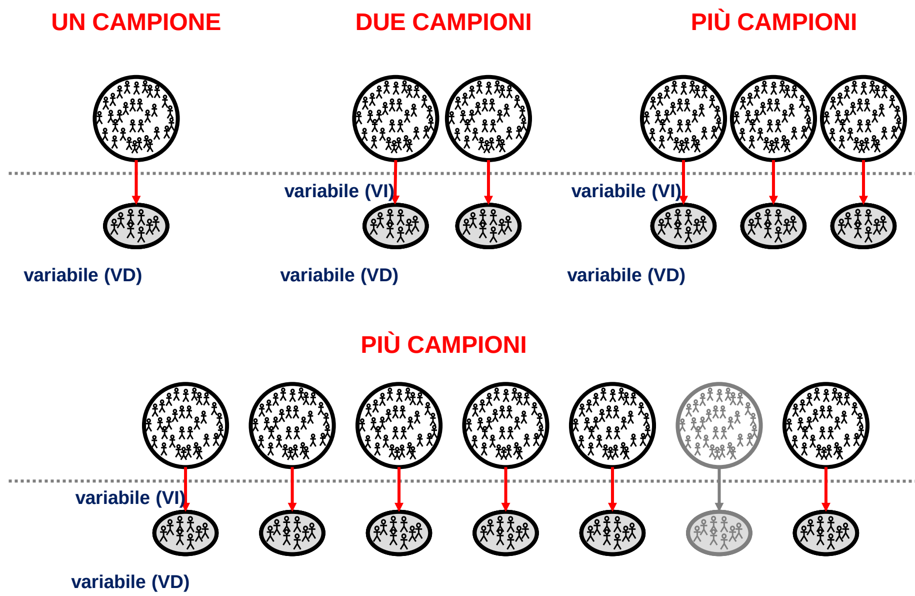
PROF. V.P. SENESE

Questi materiali sono disponibili per tutti gli studenti al seguente indirizzo:
https://goo.gl/RwAbbd

ANALISI UNIVARIATE

- VERIFICA DELLE IPOTESI SU DI UN CAMPIONE
- IL CONFRONTO TRA DUE CAMPIONI
- REGRESSIONE
- ANOVA

ANALISI UNIVARIATE



TECNICHE DI ANALISI DEI DATI

AA 2016/2017

PROF. V.P. SENESE

Questi materiali sono disponibili per tutti gli studenti al seguente indirizzo:
https://goo.gl/RwAbbd

UN CAMPIONE

Quando abbiamo a disposizione un **unico campione** possiamo essere interessati a indagare se:

1. c'è differenza negli indici di posizione (o parametri) relativi alla tendenza centrale tra campione e popolazione;
2. c'è differenza tra frequenze osservate e frequenze attese in base ad un modello teorico;
3. è ragionevole ritenere che il campione derivi da una popolazione avente una forma o una distribuzione specifica (normale, uniforme, ecc.).

Z TEST E T TEST

Quando vogliamo confrontare la distribuzione campionaria di **un parametro** relativo a una variabile misurata su **scala quantitativa** possiamo utilizzare la distribuzione *normale* o *t di Student*, scegliendo in base all'ampiezza del campione e alla conoscenza dei parametri della popolazione.

n > 30

$$z_{\bar{X}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

n < 30

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s}\sqrt{n-1}$$

Popolazione finita o camp. senza reinserimento

$$\sigma_{DCM} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

σ ignota

$$\hat{s} = \sigma = \sqrt{\frac{s^2}{n-1}}$$

$\bar{x}$ = media del campione
μ = media della popolazione
σ = ds della popolazione
n = ampiezza del campione

$$gdl = n - 1$$

TEST CHI-QUADRATO

Diversamente, quando consideriamo una variabile **qualitativa**, per confrontare i dati campionari con quelli della popolazione possiamo utilizzare la distribuzione delle frequenze e confrontare i valori osservati con quelli attesi nella popolazione (teorici).

La statistica che misura la discrepanza tra le frequenze osservate e quelle attese è:

$$\chi^2 = \text{Chi - quadrato}$$

TEST CHI-QUADRATO

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{k} \frac{(f_o - f_a)^2}{f_a}$$

k = numero di celle
f_o = frequenza osservata
f_a = frequenza attesa

$$gdl_{\chi^2} = k - 1$$

Assunzioni:
(1) osservazioni indipendenti;
(2) nessuna freq. osservata = 0;
(3a) se dicotomica, nessuna freq. teorica < 5;
(3b) se politomica, nessuna freq. teorica < 1 e meno del 20% < 5.

TEST CHI-QUADRATO

Questo test consente di verificare se:

❶ se ci sono **differenze nelle frequenze** tra diverse categorie di una stessa variabile qualitativa;

❷ se la distribuzione delle frequenze tra le diverse categorie di una variabile qualitativa **rispecchia una determinata (teorica) distribuzione** di frequenze;

❸ se **due variabili** qualitative sono associate tra loro.

TEST CHI-QUADRATO

Si applica su **variabili qualitative** (originali o trasformate) e in due casi:

- una sola variabile (dicotomica o politomica);
- due variabili (AxB ⇨ 2x2, 2x3, 3x4, ecc.).

Quando ci sono **più di due variabili qualitative** si utilizza il *chi quadro del rapporto di verosimiglianza*, che si usa con la tecnica dei *modelli log-lineari*.

TEST CHI-QUADRATO

Si procede in questo modo:

(1) **raccolta** e codifica dei dati: **frequenze osservate**;

(2) inserimento dei dati in una tabella di frequenze;

(3) definizione **ipotesi nulla** e **ipotesi alternativa**;

(4) calcolo delle **frequenze teoriche** (in base a H_0);

(5) calcolo del ***chi-quadrato*** e dei ***gdl***;

(6) si verifica l'ipotesi in base alla **distribuzione teorica del *chi-quadrato***;

(7) si interpretano i risultati.

ESEMPIO #1

Uno psicologo è interessato a verificare se il **tipo di patologie** (**VD, O**) che vengono diagnosticate al reparto ospedaliero dove lavora siano tutte ugualmente frequenti, o se invece le diagnosi mantengono la stessa distribuzione descritta in ambito nazionale.

A tal scopo registra il **tipo** e **numero** (**frequenza**) di diagnosi che vengono effettuate nel reparto durante un mese.

ESEMPIO #1

Diagnosi effettuate in un mese.

	DIAGNOSI			
	Normalità ⟷ Patologia			
	Non patologici (1)	Nevrotici (2)	Psicotici (3)	N
f_o	356	213	170	739

L'ipotesi generale è che tra i soggetti che prendono contatto con il reparto, la maggior parte dei pazienti sia non patologico poi, in ordine decrescente, nevrotici e psicotici.

$$H_0 \Rightarrow f_1 = f_2 = f_3$$

$$H_1 \Rightarrow f_1 \neq f_2 \neq f_3$$

$$\alpha = .05$$

ESEMPIO #1

Diagnosi effettuate in un mese.

	DIAGNOSI			
	Normalità ⟷ Patologia			
	Non patologici (1)	Nevrotici (2)	Psicotici (3)	N
f_o	356	213	170	739

Calcolo le frequenze attese in base a H_0 (ipotesi nulla) →

$$H_0 \Rightarrow f_1 = f_2 = f_3 \qquad \Rightarrow f_1 = f_2 = f_3 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow f_1 = f_2 = f_3 = \frac{739}{3} = 246.33$$

ESEMPIO #1

Diagnosi effettuate
in un mese.

	DIAGNOSI			
	Normalità ⟷ Patologia			
	Non patologici (1)	Nevrotici (2)	Psicotici (3)	N
f_o	356	213	170	739
f_a	246.33	246.33	246.33	

$$\chi^2 = \frac{(356-246.33)^2}{246.33} + \frac{(213-246.33)^2}{246.33} + \frac{(170-246.33)^2}{246.33} =$$

ESEMPIO #1

$$\chi^2 = \frac{(356-246.33)^2}{246.33} + \frac{(213-246.33)^2}{246.33} + \frac{(170-246.33)^2}{246.33} =$$

$$= 48.83 + 4.51 + 23.65 =$$

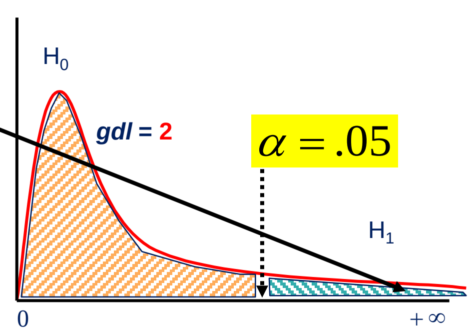
$$\chi^2 = 76.99$$

$$gdl = 3 - 1 = 2$$

```
> pchisq(76.99,2,lower.tail=0)
[1] 1.913524e-17
```

p = 0.00000000000000001913524

$$\alpha = .05$$



ESEMPIO #1

	Observed N	Expected N	Residual
1.00	356	246.3	109.7
2.00	213	246.3	-33.3
3.00	170	246.3	-76.3
Total	739		

Test Statistics

	VAR00001
Chi-Square[a]	76.988
df	2
Asymp. Sig.	.000

a. 0 cells (.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 246.3.

ESEMPIO #1

Questo risultato ci porta a **respingere l'ipotesi nulla** e a **supportare l'ipotesi alternativa**. Tuttavia sappiamo che esistono **almeno due frequenze diverse** non sappiamo quali e soprattutto come differiscono.

$$H_0 \Rightarrow f_1 = f_2 = f_3$$

$$H_1 \Rightarrow f_1 \neq f_2 \neq f_3$$

Per sapere quali sono le specifiche categorie che differiscono e in che modo, dopo aver verificato l'ipotesi è necessario stimare per ciascuna cella la **distanza** tra f_o e f_a (in base all'ipotesi nulla H_0): **residui standardizzati (R)**.

$$R = \frac{f_o - f_a}{\sqrt{f_a}}$$

Si interpretano come dei *punti z* e utilizzando la distribuzione normale standard.

|**R**| > 1.96, $p < .05$

|**R**| > 2.58, $p < .01$

ESEMPIO #1

Diagnosi effettuate
in un mese.

DIAGNOSI			
Normalità ⟷ Patologia			
Non patologici (1)	Nevrotici (2)	Psicotici (3)	N
f_o: 356	213	170	739
f_a: 246.33	246.33	246.33	

$$R = \frac{356 - 246.33}{\sqrt{246.33}} \qquad R = \frac{213 - 246.33}{\sqrt{246.33}} \qquad R = \frac{170 - 246.33}{\sqrt{246.33}}$$

$$R = +6.98 \qquad R = -0.55 \qquad R = -4.86$$

\+ = −

ESEMPIO #1

In base ai risultati raccolti e alle analisi effettuate possiamo dire che:

le differenti tipologie di diagnosi non sono tutte ugualmente probabili, $\chi^2(2) = 76.99$, $p < .05$, $N = 739$. La maggior parte degli individui (**48%**) è diagnosticato come normale, **R = 6.98;** $p < .05$, mentre significativamente inferiore è il numero degli individui diagnosticati come psicotici (**23%**), **R = -4.86,** $p < .05$.

ESEMPIO #2

Diagnosi effettuate in un mese.

	DIAGNOSI			
	Normalità ↔ Patologia			
	Non patologici (1)	Nevrotici (2)	Psicotici (3)	N
f_o	356	213	170	739

Immaginiamo ora di avere una ipotesi di ricerca molto definita (**Modello**):

$$H_0 \Rightarrow f_1 = 50\%;\ f_2 = 30\%;\ f_3 = 20\%$$

$$\alpha = .05$$

$$H_1 \Rightarrow f_1 \neq 50\%;\ f_2 \neq 30\%;\ f_3 \neq 20\%$$

ESEMPIO #2

Diagnosi effettuate in un mese.

	DIAGNOSI			
	Normalità ↔ Patologia			
	Non patologici (1)	Nevrotici (2)	Psicotici (3)	N
f_o	356	213	170	739
f_a	369.5	221.7	147.8	

Calcolo le frequenze attese in base a H_0 (ipotesi nulla) →

$$f_1 = 50\%;\ f_2 = 30\%;\ f_3 = 20\%$$

$$739(.5) = 369.5$$
$$739(.3) = 221.7$$
$$739(.2) = 147.8$$

ESEMPIO #2

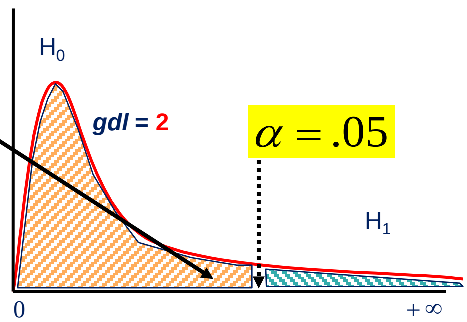
$$\chi^2 = \frac{(356-369.5)^2}{369.5} + \frac{(213-221.7)^2}{221.7} + \frac{(170-147.8)^2}{147.8} =$$

$$= .49 + .34 + 3.34 =$$

$$\chi^2 = 4.17$$

$$gdl = 3-1 = 2$$

```
> pchisq(4.17,2,lower.tail=0)
[1] 0.1243071
```



ESEMPIO #2

Questo risultato ci porta a supportare l'ipotesi nulla (**Modello**).

$$H_0 \Rightarrow f_1 = 50\%;\ f_2 = 30\%;\ f_3 = 20\%$$

$$H_1 \Rightarrow f_1 \neq 50\%;\ f_2 \neq 30\%;\ f_3 \neq 20\%$$

Possiamo dire che:
i risultati confermano quanto previsto in base ai dati riferiti alla popolazione, **χ^2(2) = 4.17, *p* = .124, *N* = 739**. Il **50%** degli individui è diagnosticato come normale, il **30%** degli individui è diagnosticato come nevrotico, mentre il restante **20%** sono diagnosticati come psicotici.

TECNICHE DI ANALISI DEI DATI

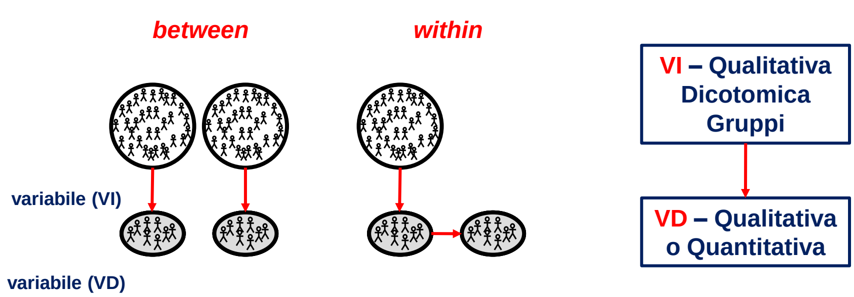
AA 2016/2017

PROF. V.P. SENESE

Questi materiali sono disponibili per tutti gli studenti al seguente indirizzo:
https://goo.gl/RwAbbd

DUE CAMPIONI

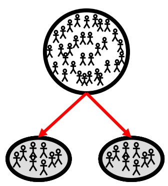
In alcuni casi l'obiettivo del ricercatore è quello di confrontare la distribuzione di una variabile all'interno di due campioni di misurazioni.
Quando le misure sono relative alle stesse unità osservative parliamo di **misure ripetute** (***within subject***), mentre quando le unità sono diverse parliamo di **misure indipendenti** (***between subject***).



T TEST - *WITHIN*

Quando le misure sono **ripetute** o ***within***, se la variabile **dipendente** è **quantitativa** (intervalli o rapporti), la statistica più adatta a verificare se ci sono delle variazioni nella distribuzione della variabile tra le due misurazioni è il ***t test*** per misure dipendenti.

H_0 within



$$D_i = x_i - y_i$$

$$M_D = \frac{\sum_{i=1}^{n} D_i}{n}$$

In base alla **distribuzione campionaria delle medie**, possiamo considerare questo caso come un confronto tra la **media di un campione** (differenza) e la **media di una popolazione** (**H_0**).

T TEST - *WITHIN*

$$M_D = \frac{\sum_{i=1}^{n} D_i}{n}$$

Media osservata

$$\mu_D = 0$$

Media attesa in base a **H_0**

$$t = \frac{M_D - \mu_D}{\frac{s_D}{\sqrt{n-1}}}$$

$$\hat{\sigma}_D$$

deviazione standard

n = unità osservative

$$gdl = n - 1$$

$$s_D = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (D_i - M_D)^2}{n}}$$

stima della deviazione standard ottenuta come media aritmetica ponderata

$$s_D = \sqrt{\frac{D_i^2}{n} - (M_D)^2}$$

formula breve

Assunzioni:

(1) la variabile dipendente deve essere distribuita normalmente

(2) le varianze devono essere omogenee.

T TEST - *WITHIN*

Le formule per il calcolo della forza dell'effetto ***d*** o ***r***:

$$d = \frac{M_D - \mu_D}{s_D \sqrt{\frac{n}{n-1}}}$$

Effect size	*d*
small	.20
medium	.50
large	.80

$$r = \frac{d}{\sqrt{d^2 + 4}}$$

Effect size	*r*
small	.10
medium	.30
large	.50

T TEST - *WITHIN*

(1) raccolta e codifica dei dati (**distr. osservate**);

(2) inserimento dei dati in una matrice;

(3) definizione **ipotesi nulla** e **ipotesi alternativa**;

(4) calcolo del *t* Test e dei *gdl*;

(5) verifica dell'ipotesi in base alla distribuzione teorica del *t di Student*;

(6) se significativo il test, calcolo dell'*effect size*;

(7) interpretazione dei risultati.

ESEMPIO #3

Su 8 pazienti con attacchi di panico viene rilevata la frequenza degli attacchi **prima** e **dopo** (**VD**, **R**) una psicoterapia breve (**VI**, manipolata, un solo gruppo).

PRE TEST (x_i)	*trattamento* ◎	**POST TEST** (y_i)

Disegno di ricerca con un solo gruppo a due misure ripetute (***within***): pre-test e post-test.

ESEMPIO #3

Prima (x_i)	5	8	9	6	8	4	4	8
Dopo (y_i)	4	5	6	4	9	5	2	7

L'ipotesi generale è che ci sia una **riduzione** significativa del numero di sintomi manifestati dopo il trattamento.

$$H_0 \Rightarrow \mu_D = 0$$

$$H_1 \Rightarrow \mu_D > 0$$

$$\alpha = .05$$

COMPOSTA MONODIREZIONALE

ESEMPIO #3

Si procede con il calcolo di M_D e s_D (utilizzando la formula abbreviata):

Sogg.	x_i	y_i	D_i	D_i^2
1	5	4	1	1
2	8	5	3	9
3	9	6	3	9
4	6	4	2	4
5	8	9	-1	1
6	4	5	-1	1
7	4	2	2	4
8	8	7	1	1
		$\sum$	10	30

$$M_D = \frac{10}{8} = 1.25$$

$$s_D = \sqrt{\frac{30}{8} - (1.25)^2} = 1.48$$

ESEMPIO #3

$$M_D = \frac{10}{8} = 1.25$$

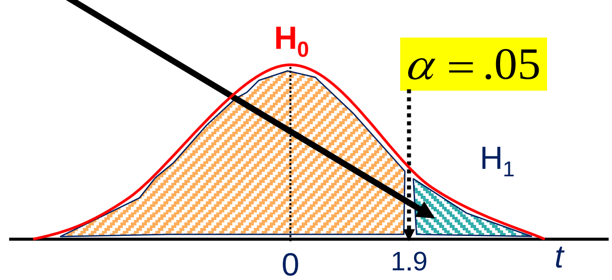
$$s_D = \sqrt{\frac{30}{8} - (1.25)^2} = 1.48$$

$$d = \frac{1.25}{1.48\sqrt{\frac{8}{8-1}}} = .790$$

$$r = .367$$

$$t = \frac{1.25}{\frac{1.48}{\sqrt{8-1}}} = 2.23$$

$$gdl = 8 - 1 = 7$$




```
> pt(2.22,7,lower.tail=0)
[1] 0.03093863
```

ESEMPIO #3

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference Lower	95% Confidence Interval of the Difference Upper			
Pair 1	Prima - Dopo	1.25000	1.58114	.55902	-.07187	2.57187	2.236	7	.060

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Prima	6.5000	8	2.00000	.70711
	Dopo	5.2500	8	2.12132	.75000

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	Prima & Dopo	8	.707	.050

ESEMPIO #3

Questo risultato ci porta a respingere l'ipotesi nulla e a supportare l'ipotesi alternativa.

$H_0 \Rightarrow \mu_D = 0$

$H_1 \Rightarrow \mu_D > 0$

I risultati evidenziano che il trattamento riduce significativamente il numero di sintomi, ***t*(7) = 2.23, *p* = .031**. In particolare, i dati evidenziano che dopo il trattamento, in media, si osserva una riduzione di 1.2 attacchi di panico, ***d* = .790**.

TECNICHE DI ANALISI DEI DATI

AA 2016/2017

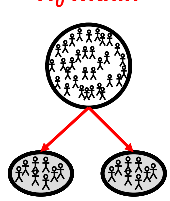
PROF. V.P. SENESE

Questi materiali sono disponibili per tutti gli studenti al seguente indirizzo:
https://goo.gl/RwAbbd

TEST WILCOXON - *WITHIN*

Quando le misure sono **ripetute** o ***within***, se la variabile **dipendente** è **qualitativa** (ordinale), la statistica più adatta a verificare se ci sono delle variazioni nella distribuzione della variabile tra le due misurazioni è il ***test dei segni per ranghi di Wilcoxon*** per misure dipendenti.

H_0 within



$$d_i = x_i - y_i \longrightarrow rango(d_i)$$

La logica è la stessa del t test *within* solo che si basa sui **ranghi**.

TEST WILCOXON - *WITHIN*

$$T^{+} = \sum ranghi\left(d_i^{+}\right)$$

$$T^{-} = \sum ranghi\left(d_i^{-}\right)$$

$$\sum ranghi\left(d_i\right) = \frac{N_c\left(N_c+1\right)}{2}$$

d_i = differenza (x_i – y_i)
T^+ = totale ranghi positivi
T^- = totale ranghi negativi
N_c = ampiezza campione corretta
(**esclusi i valori 0**)

d_i	rango
-11	-1
12	2.5
-12	-2.5
13	4
0	
18	5

Quando due o più **d_i** hanno lo stesso valore si assegna il valore corrispondente alla **media dei ranghi**; ad esempio:

$$\text{rango medio} = \frac{(2+3)}{2} = 2.5$$

TEST WILCOXON - *WITHIN*

Se il campione è grande (**N > 15**) la somma dei ranghi T^+ (ΣT^+) è distribuita in modo approssimativamente normale:

$$\mu_T = \frac{N_c\left(N_c+1\right)}{4}$$

$$\sigma^2{}_T = \frac{N_c\left(N_c+1\right)\left(2N_c+1\right)}{24}$$

$$z_{T^+} = \frac{T^+ - \mu_T}{\sigma_T} = \frac{T^+ - \dfrac{N_c\left(N_c+1\right)}{4}}{\sqrt{\dfrac{N_c\left(N_c+1\right)\left(2N_c+1\right)}{24}}}$$

TEST WILCOXON - *WITHIN*

La formula per il calcolo della forza dell'effetto r_c (coefficiente di correlazione biseriale tra ranghi appaiati) e r:

$$r_{c^+} = \frac{4\left(T^+ - \mu_T\right)}{N\left(N+1\right)}$$

$$r = \frac{z}{\sqrt{2 \cdot N_c}}$$

Effect size	*r*
small	.10
medium	.30
large	.50

TEST WILCOXON - *WITHIN*

1 coda 2 code	.05 .10	.025 .05	.01 .02	.005 .01	.001 .002
N_c					
5	0				
6	2	0			
7	3	2	0		
8	5	3	1	0	
9	8	5	3	1	
10	10	8	5	3	0
11	13	10	7	5	1
12	17	13	9	7	2
13	21	17	12	9	4
14	25	21	15	12	6
15	30	25	19	15	8

Per la verifica delle ipotesi:

- se **N_c < 15 (campione piccolo)** si utilizza la **tavola**;
- se **N_c > 15 (campione grande)** si può utilizzare la distribuzione **normale standardizzata**.

H_1	H_0

$$H_0 \rightarrow \min\left(T^+, T^-\right) > T_{critico}$$

$$H_0\Big|_{N_c=11,\alpha=.05} \rightarrow T_{critico} = 13$$

TEST WILCOXON - *WITHIN*

(1) raccolta e codifica dei dati (**distr. osservate**);
(2) inserimento dei dati in una matrice;
(3) definizione **ipotesi nulla** e **ipotesi alternativa**;
(4) calcolo della differenza d_i;
(5) assegnazione dei ranghi e del segno ai valori d_i;
(6) verifica dell'ipotesi in base alla tabella dei valori critici oppure alla distribuzione teorica normale standardizzata;
(7) se significativo il test, calcolo dell'*effect size*;
(8) interpretazione dei risultati.

ESEMPIO #4

Su 12 pazienti con sintomi depressivi viene rilevata il livello di depressione **prima** e **dopo** (**VD**, **O**) una psicoterapia breve (**VI**, manipolata, un solo gruppo).

PRE TEST (X_i)	*trattamento* ◎	POST TEST (Y_i)

$$H_0 \Rightarrow M\varepsilon_{pre} = M\varepsilon_{post}$$

$$H_1 \Rightarrow M\varepsilon_{pre} > M\varepsilon_{post}$$

$$\alpha = .05$$

COMPOSTA MONODIREZIONALE

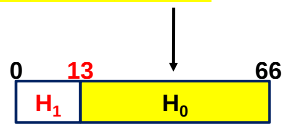
ESEMPIO #4

SS	X_i	Y_i	d_i (X_i-Y_i)	R|d_i|	R(+)	R(-)
1	33	38	-5	7		7
2	45	43	+2	2	2	
3	50	42	+8	10	10	
4	45	44	+1	1	1	
5	46	49	-3	3.5		3.5
6	45	41	+4	5.5	5.5	
7	28	22	+6	8	8	
8	43	46	-3	3.5		3.5
9	32	32	0			
10	40	31	+9	11	11	
11	34	27	+7	9	9	
12	40	44	-4	5.5		5.5
TOT				66	46.5	19.5

$$H_0 \rightarrow \min\left(T^+, T^-\right) > T_{critico}$$

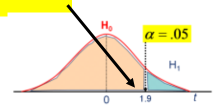
$$T^-_{critico} = 13$$

$$\min\left(T^+, T^-\right) = 19.5$$



$$r_{c^+} = +.41 \qquad r = +.10$$

$$z_{T^+} = 1.2$$



ESEMPIO #4

Questo risultato ci porta ad accettare l'ipotesi nulla.

$$H_0 \Rightarrow M\varepsilon_{pre} = M\varepsilon_{post} \qquad H_1 \Rightarrow M\varepsilon_{pre} > M\varepsilon_{post}$$

I risultati non evidenziano una variazione significativa nel livello di depressione dopo il trattamento, **T^- = 19.5, N_c = 11, z = 1.2, *p* = .12, *r* = +.1**.

TECNICHE DI ANALISI DEI DATI

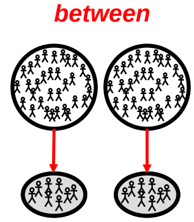
AA 2016/2017

PROF. V.P. SENESE

Questi materiali sono disponibili per tutti gli studenti al seguente indirizzo:
https://goo.gl/RwAbbd

T TEST - *BETWEEN*

Quando le misure sono **indipendenti** o ***between***, se la variabile **dipendente** è **quantitativa** (intervalli o rapporti), la statistica più adatta a verificare se ci sono delle variazioni nella distribuzione della variabile tra le due misurazioni è il ***t test*** per misure indipendenti.



Assunzioni:
(1) la variabile dipendente deve essere distribuita normalmente
(2) le varianze devono essere omogenee.

T TEST - *BETWEEN*

Media gruppo 1 e 2

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sigma \sqrt{1/N_1 + 1/N_2}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{N_1 s_1^2 + N_2 s_2^2}{N_1 + N_2 - 2}}$$

Ampiezza gruppo 1 e 2

stima della varianza ottenuta come media aritmetica ponderata

$$gdl = (N_1 + N_2 - 2)$$

T TEST - *BETWEEN*

H_0

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2 n_1 + s_2^2 n_2}{n_1 + n_2 - 2}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

$$gdl = (N_1 + N_2 - 2)$$

T TEST - *BETWEEN*

Le formule per il calcolo della forza dell'effetto ***d*** o ***r***:

$$d = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}}$$

Effect size	*d*
small	.20
medium	.50
large	.80

$$r = \frac{|d|}{\sqrt{d^2 + \frac{(n_1 + n_2)^2}{n_1 \cdot n_2}}}$$

Effect size	*r*
small	.10
medium	.30
large	.50

T TEST - *BETWEEN*

(1) raccolta e codifica dei dati (**distr. osservate**);
(2) inserimento dei dati in una matrice;
(3) definizione **ipotesi nulla** e **ipotesi alternativa**;
(4) calcolo del *t* Test e dei *gdl*;
(5) verifica dell'ipotesi in base alla distribuzione teorica del *t di Student*;
(6) se significativo il test, calcolo dell'*effect size*;
(7) interpretazione dei risultati.

ESEMPIO #5

Uno studente di Psicologia, ha letto che esistono due tipologie di persone in funzione del ***locus of control***: i cosiddetti ***esterni*** e i cosiddetti ***interni;*** e che le donne sono generalmente più esterne degli uomini. Decide allora di verificare se questo fenomeno si manifesta anche tra i suoi amici. Somministra il questionario di Rotter sul LOC a 20 persone, 10 maschi e 10 femmine.

GRUPPO A	***M***	**Test 1 (x_i)**
GRUPPO B	***F***	**Test 1 (y_i)**

Disegno di ricerca correlazionale con due gruppi a misure indipendenti (*between*).

ESEMPIO #5

GRUPPO 1	***M***	**Test 1 (x_i)**
GRUPPO 2	***F***	**Test 1 (y_i)**

L'ipotesi generale è che il sesso (**VI** non manipolata, N) influisca sul grado di esternalità (**VD**, I).

$$H_0 \Rightarrow \mu_1 = \mu_2 = \mu$$

$$H_1 \Rightarrow \mu_2 > \mu_1$$

$$\alpha = .05$$

COMPOSTA
MONODIREZIONALE

ESEMPIO #5

Maschi

SS	Sesso	LOC
10	1	13
01	1	12
15	1	12
19	1	12
02	1	11
18	1	11
03	1	10
06	1	10
12	1	10
08	1	09

$N_1 = 10$

$\bar{x}_1 = 11$

$\bar{x}_2 = 12.5$

$s_1^2 = 1.7$

$s_2^2 = 2.6$

$s_1 = 1.3$

$s_2 = 1.6$

Femmine

SS	Sesso	LOC
05	2	15
11	2	14
20	2	14
09	2	13
17	2	13
04	2	12
16	2	12
13	2	11
14	2	11
07	2	10

$N_2 = 10$

ESEMPIO #5

$\bar{x}_1 = 11$

$\bar{x}_2 = 12.5$

$s_1^2 = 1.7$

$s_2^2 = 2.6$

$s_1 = 1.3$

$s_2 = 1.6$

$$gdl = 10 + 10 - 2 = 18$$

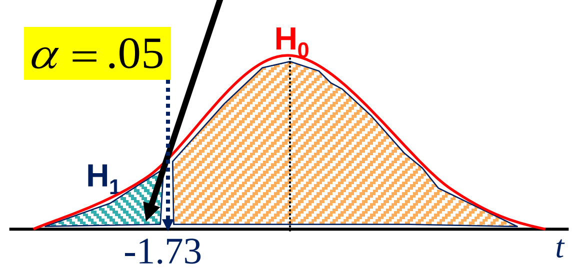
$$\sigma = \sqrt{\frac{10(1.7) + 10(2.6)}{10 + 10 - 2}} = 1.5456$$

$$t = \frac{11 - 12.5}{1.5456\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}} = -2.1701$$

$d = -1.05$

$r = .465$

$\alpha = .05$



ESEMPIO #5

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
LOC	Equal variances assumed	.844	.370	-2.355	18	.030	-1.50000	.63683	-2.83794	-.16206
	Equal variances not assumed			-2.355	17.074	.031	-1.50000	.63683	-2.84316	-.15684

Group Statistics

	Sesso	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
LOC	Maschi	10	11.0000	1.24722	.39441
	Femmine	10	12.5000	1.58114	.50000

ESEMPIO #5

Questo risultato ci porta a respingere l'ipotesi nulla e a supportare l'ipotesi alternativa.

$$H_0 \Rightarrow \mu_1 = \mu_2 = \mu$$

$$H_1 \Rightarrow \mu_2 > \mu_1$$

I risultati evidenziano una differenza significativa nel *Locus of control* in funzione del genere, ***t*(18) = -2.355, *p* = .030, *d* = 1.05**. In particolare, i dati evidenziano che le donne (***M* = 12.5**) hanno un grado maggiore di esternalità rispetto agli uomini (***M* = 11.0**).

TECNICHE DI ANALISI DEI DATI

AA 2016/2017

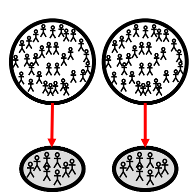
PROF. V.P. SENESE

Questi materiali sono disponibili per tutti gli studenti al seguente indirizzo:
https://goo.gl/RwAbbd

TEST U DI MANN-WHITNEY

Se la variabile è misurata su scala Ordinale la statistica più adatta per confrontare due gruppi (due misurazioni indipendenti) è l'applicazione del ***test U Mann-Whitney***.

between



TEST U DI MANN-WHITNEY

Mediante questo *test*, usando come parametro il **rango** (o la **mediana**), è possibile verificare se due campioni provengono dalla medesima popolazione.

$$H_0 \Rightarrow M\varepsilon_{G1} = M\varepsilon_{G2}$$

$$H_1 \Rightarrow M\varepsilon_{G1} \neq M\varepsilon_{G2}$$

$$H_1 \Rightarrow M\varepsilon_{G1} > M\varepsilon_{G2}$$

$$H_1 \Rightarrow M\varepsilon_{G1} < M\varepsilon_{G2}$$

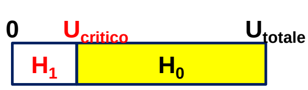
TEST U DI MANN-WHITNEY

$$U_{G1} = \sum ranghi_{G1} - \frac{n_{G1} \cdot (n_{G1} + 1)}{2}$$

$$U_{G2} = \sum ranghi_{G2} - \frac{n_{G2} \cdot (n_{G2} + 1)}{2}$$

Se n_1 o n_2 < 8

$$\min(U_{G1}, U_{G2}) \Leftrightarrow U_{critico}$$



Se n_1 e n_2 > 8

$$|z| = \frac{U_{Gx} - \frac{n_{G1} \cdot n_{G2}}{2}}{\sqrt{\frac{n_{G1} \cdot n_{G2} \cdot (n_{G1} + n_{G2} + 1)}{12}}}$$

TEST U DI MANN-WHITNEY

La formula per il calcolo della forza dell'effetto r_g (*correlazione rango biseriale*):

$$r_g = \frac{2 \cdot \left| \overline{R}_{G1} - \overline{R}_{G2} \right|}{n_{G1} + n_{G2}}$$

$$r = \frac{|z|}{\sqrt{n_{G1} + n_{G2}}}$$

Effect size	*r*
small	.10
medium	.30
large	.50

TEST U DI MANN-WHITNEY

(1) raccolta e codifica dei dati (valori osservati);
(2) inserimento dei dati in una matrice;
(3) definizione ipotesi nulla e ipotesi alternativa;
(4) calcolo dei ranghi;
(5) calcolo del *valore* U_{min};
(6) verifica dell'ipotesi: se n_1 o n_2 < 8 si utilizzando le tabelle; se n_1 o n_2 **>** 8 si utilizza la distribuzione teorica *normale*;
(7) si interpretano i risultati.

ESEMPIO #6

GRUPPO 1	*M*	Test 1 (x_i)
GRUPPO 2	*F*	Test 1 (y_i)

L'ipotesi generale è che il sesso (**VI** non manipolata, N) influisca sul grado di esternalità (**VD**, I →**O**).

$H_0 \Rightarrow M\varepsilon_M = M\varepsilon_F$

$H_1 \Rightarrow M\varepsilon_M < M\varepsilon_F$

$\alpha = .05$

COMPOSTA MONODIREZIONALE

ESEMPIO #6

n_1 = 10

SS	Sesso	LOC	Rango
10	1	13	**16**
01	1	12	**12**
15	1	12	**12**
19	1	12	**12**
02	1	11	**7.5**
18	1	11	**7.5**
03	1	10	**3.5**
06	1	10	**3.5**
12	1	10	**3.5**
08	1	09	**1**
Tot			**78.5**

n_2 = 10

SS	Sesso	LOC	Rango
05	2	15	**20**
11	2	14	**18.5**
20	2	14	**18.5**
09	2	13	**16**
17	2	13	**16**
04	2	12	**12**
16	2	12	**12**
13	2	11	**7.5**
14	2	11	**7.5**
07	2	10	**3.5**
Tot			**131.5**

$$\text{Rango medio}_{10} = \frac{2° + 3° + 4° + 5°}{4} = 3.5$$

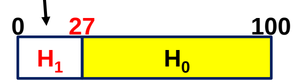
ESEMPIO #6

$$U_{G1} = \sum ranghi_{G1} - \frac{n_{G1} \cdot (n_{G1}+1)}{2}$$

$$U_M = 78.5 - \frac{10 \cdot 11}{2} = 23.5$$

$$U_F = 131.5 - \frac{10 \cdot 11}{2} = 76.5$$

$$23.5 < U_{critico\,(10,10)} = 27$$



ESEMPIO #6

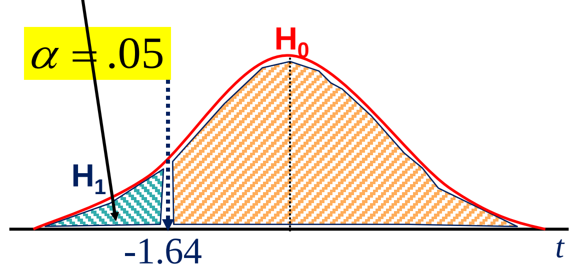
$$U_M = 78.5 - \frac{10 \cdot 11}{2} = 23.5$$

$$|z| = \frac{23.5 - \frac{10 \cdot 10}{2}}{\sqrt{\frac{10 \cdot 10 \cdot (10+10+1)}{12}}} = -2.003$$

$$r_g = \frac{2 \cdot |7.85 - 13.15|}{10+10} = .53$$

$$r = \frac{|2.003|}{\sqrt{10+10}} = .45$$

$$\alpha = .05$$



ESEMPIO #6

Group Statistics

	Sesso	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
LOC	Maschi	10	11.0000	1.24722	.39441
	Femmine	10	12.5000	1.58114	.50000

Ranks

	Sesso	N	Mean Rank	Sum of Ranks
LOC	Maschi	10	7.85	78.50
	Femmine	10	13.15	131.50
	Total	20		

Test Statistics[b]

	LOC
Mann-Whitney U	23.500
Wilcoxon W	78.500
Z	-2.038
Asymp. Sig. (2-tailed)	.042
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	.043[a]

a. Not corrected for ties.

b. Grouping Variable: Sesso

ESEMPIO #6

Questo risultato ci porta a respingere l'ipotesi nulla e a supportare l'ipotesi alternativa.

$$H_0 \Rightarrow M\varepsilon_M = M\varepsilon_F \qquad H_1 \Rightarrow M\varepsilon_M < M\varepsilon_F$$

I risultati evidenziano una differenza significativa e forte nel *Locus of control* in funzione del genere, ***U* = -2.03, *p* = .043, r_g = .53**. In particolare, i dati evidenziano che le donne (***M* = 12.5**) hanno un grado maggiore di esternalità rispetto agli uomini (***M* = 11.0**).

TECNICHE DI ANALISI DEI DATI

AA 2016/2017

PROF. V.P. SENESE

Questi materiali sono disponibili per tutti gli studenti al seguente indirizzo:
https://goo.gl/RwAbbd

CHI-QUADRATO

Se la variabile dipendente (**VD**) è misurata su scala **Ordinale** o **Nominale** il test adatto è il **test del *Chi-quadrato***, applicato alle frequenze dei due gruppi (due misurazioni indipendenti).

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} \frac{\left(f_{o_{ij}} - f_{a_{ij}}\right)^2}{f_{a_{ij}}}$$

$r =$ numero di righe, 1, 2,..., i
$c =$ numero di colonne, 1, 2,..., j
$f_o =$ frequenza osservata
$f_a =$ frequenza attesa

$$gdl_{\chi^2} = (r-1)(c-1)$$

Assunzioni:
(1) osservazioni indipendenti;
(2) nessuna freq. osservata = 0;
(3) nessuna freq. teorica < 1 e meno del 20% < 5.

ESEMPIO #7

f_o	RICADUTA		
CONSUMO ALCOOL	Sì	No	TOT
Sì	20	13	33
No	48	96	144
TOT	68	109	177

L'ipotesi generale è che tra coloro che consumano alcool hanno una maggiore frequenza di ricaduta nel fumo.

$$H_0 \Rightarrow f_{11} = f_{12} \text{ e } f_{21} = f_{22}$$

$$H_1 \Rightarrow f_{11} \neq f_{12} \text{ e } f_{21} \neq f_{22}$$

$$\alpha = .05$$

ESEMPIO #7

f_o	RICADUTA		
CONSUMO ALCOOL	Sì	No	TOT
Sì	20	13	33
No	48	96	144
TOT	68 (38%)	109 (62%)	177

$$H_0 \Rightarrow f_{11} = f_{12} \text{ e } f_{21} = f_{22}$$

$$p_{11} = \frac{68}{177} = .384$$

In base alle proporzioni marginali..

$$f_{a_{11}} = p_{11} \cdot f_{1.} = .384 \cdot 33 = 12.7$$

..oppure, in alternativa..

$$68:177 = f_a:33 \Rightarrow f_a = \frac{68 \cdot 33}{177} = 12.7$$

ESEMPIO #7

f_o

CONSUMO ALCOOL	RICADUTA Sì	RICADUTA No	TOT
Sì	20	13	33
No	48	96	144
TOT	68	109	177

$$H_0 \Rightarrow f_{11} = f_{12} \text{ e } f_{21} = f_{22}$$

$$f_{a_{11}} = \frac{68 \cdot 33}{177} = 12.7 \qquad f_{a_{12}} = \frac{109 \cdot 33}{177} = 20.3$$

$$f_{a_{12}} = \frac{68 \cdot 144}{177} = 55.3 \qquad f_{a_{22}} = \frac{109 \cdot 144}{177} = 88.7$$

ESEMPIO #7

CONSUMO ALCOOL	RICADUTA Sì	RICADUTA No	TOT
Sì	20	13	33
No	48	96	144
TOT	68	109	177

	Ricaduta Sì	Ricaduta No
Alcool *Sì*	12.7	20.3
Alcool *No*	55.3	88.7

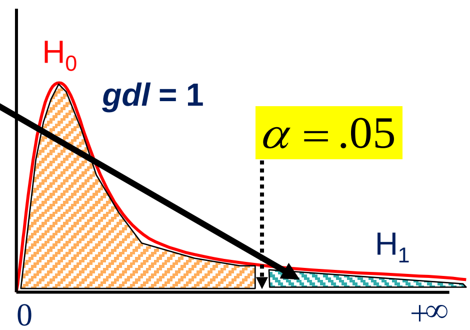
ESEMPIO #7

$$\chi^2 = \frac{(20-12.7)^2}{12.7} + \frac{(13-20.3)^2}{20.3} + \frac{(48-55.3)^2}{55.3} + \frac{(96-88.7)^2}{88.7} =$$

$$= 4.21 + 2.64 + 0.96 + 0.61 =$$

$$\chi^2 = 8.42$$

$$gdl = (2-1)(2-1) = 1$$



ESEMPIO #7

Chi-quadrato

	Valore	df	Sig. asint. (2 vie)	Sig. esatta (2 vie)	Sig. esatta (1 via)
Chi-quadrato di Pearson	8,441[a]	1	,004		
Correzione di continuità[b]	7,327	1	,007		
Rapporto di verosimiglianza	8,223	1	,004		
Test esatto di Fisher				,005	,004
Associazione lineare-lineare	8,393	1	,004		
N. di casi validi	177				

a. 0 celle (.0%) hanno un conteggio atteso inferiore a 5. Il conteggio atteso minimo è 12.68.

b. Calcolato solo per una tabella 2x2

Tavola di contingenza Alcool * Ricaduta

			Ricaduta 1.00 Sì	Ricaduta 2.00 No	Totale
Alcool	1.00 Sì	Conteggio	20	13	33
		Conteggio atteso	12,7	20,3	33,0
		% entro Alcool	60,6%	39,4%	100,0%
		Residui stand.	2,1	-1,6	
	2.00 No	Conteggio	48	96	144
		Conteggio atteso	55,3	88,7	144,0
		% entro Alcool	33,3%	66,7%	100,0%
		Residui stand.	-1,0	,8	
Totale		Conteggio	68	109	177
		Conteggio atteso	68,0	109,0	177,0
		% entro Alcool	38,4%	61,6%	100,0%

	Valore	Sig. appross.
V di Cramer	,218	,004
N. di casi validi	177	

ESEMPIO #7

In base ai risultati raccolti e alle analisi effettuate possiamo dire che:

il consumo di alcool è associato alla frequenza di ricaduta nel fumo, **$\chi^2(1) = 8.44$, $p = .004$, $N = 177$, V = .218**. Infatti, tra coloro che consumano alcool la percentuale di ricadute nel fumo è del **61%**, **R = +2.01; $p < .05$**, mentre tra coloro che non consumano alcool la percentuale delle recidive scende al **33%**.